



**UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA  
ESCOLA POLITÉCNICA**

**ESCOAMENTOS DO TIPO QUEDAS SUCESSIVAS SEM FORMAÇÃO DE  
RESSALTO HIDRÁULICO EM CANAIS COM O FUNDO EM DEGRAUS:  
SIMULAÇÃO E METODOLOGIA PARA O PRÉ-DIMENSIONAMENTO**

THAISE ITHANA DE SOUZA FRANÇA

Salvador  
2021



**UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA  
ESCOLA POLITÉCNICA**

**ESCOAMENTOS DO TIPO QUEDAS SUCESSIVAS SEM FORMAÇÃO DE  
RESSALTO HIDRÁULICO EM CANAIS COM O FUNDO EM DEGRAUS:  
SIMULAÇÃO E METODOLOGIA PARA O PRÉ-DIMENSIONAMENTO**

**THAISE ITHANA DE SOUZA FRANÇA**

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade Federal da Bahia como requisito parcial para obtenção do título de mestre em Meio Ambiente, Águas e Saneamento.

Orientador: Prof. Dr. André Luiz Andrade Simões

Coorientador: Prof. Dr. Luciano Matos Queiroz

Salvador  
2021

---

F814 França, Thaise Ithana de Souza.

Escoamentos do tipo quedas sucessivas sem formação de ressalto hidráulico em canais com o fundo em degraus: simulação e metodologia para o pré-dimensionamento/ Thaise Ithana de Souza França. – Salvador, 2021.

139 f.: il. color.

Orientador: Prof. Dr. André Luiz Andrade Simões.

Coorientador: Prof. Dr. Luciano Matos Queiroz.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal da Bahia. Escola Politécnica, 2021.

1. Canais. 2. Bacias de dissipação. 3. Quedas sucessivas. 4. Simulação numérica. I. Simões, André Luiz Andrade. II. Queiroz, Luciano Matos. III. Universidade Federal da Bahia. IV. Título.

---

CDD: 627.13



Mestrado em Meio Ambiente, Águas e Saneamento



UNIVERSIDADE FEDERAL DA BAHIA  
ESCOLA POLITÉCNICA



Thaise Ithana de Souza França

Escoamentos do tipo quedas sucessivas sem formação de ressalto hidráulico em canais com o fundo em degraus: simulação e metodologia para o pré-dimensionamento

Banca Examinadora:

Prof. Dr. André Luiz Andrade Simões  
Universidade Federal da Bahia

Prof. Dr. Iran Eduardo Lima Neto  
Universidade Federal do Ceará

Prof. Dr. Lafayette Dantas da Luz  
Universidade Federal da Bahia

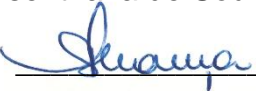
Prof. Dr. Luciano Matos Queiroz  
Universidade Federal da Bahia

Salvador  
09 de abril de 2021

## AUTORIZAÇÃO

Autorizo a reprodução e/ou divulgação total ou parcial da presente obra, por qualquer meio convencional ou eletrônico, desde que citada a fonte.

Nome do Autor: Thaise Ithana de Souza França

Assinatura do autor:  \_\_\_\_\_

Instituição: Universidade Federal da Bahia

Local: Escola Politécnica

Endereço: Rua Aristides Novis, 02, 4º andar, Federação, Salvador-BA.

E-mail: [thaiseithana@hotmail.com](mailto:thaiseithana@hotmail.com)

## AGRADECIMENTOS

Na finalização de mais ciclo, o qual teve um longo caminho percorrido, de muito estudo, dedicação e crescimento pessoal, não poderia deixar de agradecer as pessoas que tornaram esta caminhada mais significativa e prazerosa.

Ao meu orientador, Professor Doutor André Luiz Andrade Simões, por quem tenho uma especial admiração, agradeço por todo cuidado, delicadeza, atenção, contribuições, correções e sentido prático com que sempre me orientou sem nunca desmotivar, um exemplo de ser humano e profissional. Gratidão pelos ensinamentos, pois irei carregá-los para sempre na minha trajetória acadêmica e profissional.

Ao meu coorientador, Professor Doutor Luciano Matos Queiroz, muito obrigada pelas orientações e confiança, por ter me incentivado e auxiliado em todas as etapas do processo com ricas contribuições.

Aos Professores Andrea Sousa Fontes, Iran Eduardo Lima Neto e Lafayette Dantas da Luz, pela participação no Exame de Qualificação com importantes sugestões e recomendações.

Ao professor Harry Edmar Schulz, por contribuir com importantes esclarecimentos e materiais bibliográficos de grande relevância utilizados nesta dissertação.

Aos professores e aos alunos da turma de Mestrado em Meios Ambiente, Águas e Saneamento, pela paciência e companheirismo.

À EPRE/ EPR/ Embasa, Antônio Fernando de Melo Vieira, Ricardo Ferreira Azevedo e Alessandra Gomes Lopes Sampaio da Silva, serei eternamente grata pelo apoio e motivação.

Ao meu amigo/irmão Mateus Almeida Cunha pelo estímulo, mesmo quando o cansaço parecia me abater e, principalmente, pela confiança e o carinho de sempre nas leituras.

À minha família, obrigada mãe pelo amor incondicional. Aos meus avós maternos, por terem me ensinado a ser nobre, na essência da palavra, a ter coragem, perseverança e otimismo. A tia Sheila, amiga de todas as horas, conselheira e companheira.

De maneira especial, agradeço aos meus filhos (Maria Luisa e Antônio) e ao meu companheiro de longas datas (Caio Lessa) pela compreensão, amor e suporte que foram essenciais em todos os momentos.

Por fim, o agradecimento mais importante, à Deus e à espiritualidade pela fé e força necessária para lutar e enfrentar os obstáculos, sem essa força divina nada seria possível.

## SUMÁRIO

<b>LISTA DE FIGURAS.....</b>	<b>9</b>
<b>LISTA DE TABELAS.....</b>	<b>11</b>
<b>LISTA DE QUADROS .....</b>	<b>12</b>
<b>LISTA DE SÍMBOLOS.....</b>	<b>13</b>
<b>RESUMO .....</b>	<b>19</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>20</b>
<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>21</b>
<b>2 OBJETIVOS .....</b>	<b>27</b>
<b>2.1 Objetivo Geral .....</b>	<b>27</b>
<b>2.2 Objetivos Específicos.....</b>	<b>27</b>
<b>3 REVISÃO DA LITERATURA.....</b>	<b>28</b>
<b>3.1 Breve histórico.....</b>	<b>28</b>
<b>3.2 Características dos Canais em Degraus .....</b>	<b>30</b>
<b>3.3 Regimes de escoamento em Canais com Degraus .....</b>	<b>33</b>
<b>3.3.1 Escoamento Deslizante sobre Turbilhões .....</b>	<b>34</b>
<b>3.3.2 Escoamento de Transição .....</b>	<b>37</b>
<b>3.3.3 Escoamento em Quedas Sucessivas .....</b>	<b>39</b>
<i>3.3.3.1 Escoamentos com ressalto hidráulico (NA1) .....</i>	<i>44</i>
<i>3.3.3.2 Escoamento com ressalto hidráulico parcialmente desenvolvido (NA2) .....</i>	<i>46</i>
<i>3.3.3.3 Escoamento sem ressalto hidráulico (NA3) .....</i>	<i>47</i>
<i>3.3.3.4 Dissipação de Energia.....</i>	<i>50</i>
<i>3.3.3.5 Os esforços hidrodinâmicos sobre os degraus. ....</i>	<i>54</i>
<b>3.4 Bacias de Dissipação .....</b>	<b>58</b>
<b>3.5 Estudos Numéricos de Escoamentos sobre Degraus .....</b>	<b>64</b>
<b>4 METODOLOGIA.....</b>	<b>70</b>
<b>5 SIMULAÇÕES NÚMERICAS .....</b>	<b>76</b>
<b>5.1 Equações Numéricas Representativas .....</b>	<b>76</b>
<b>5.1.1 Modelos de turbulência.....</b>	<b>78</b>
<b>5.1.2 Modelos Multifásicos .....</b>	<b>82</b>
<b>5.1.3 Transferência de Massa na Interface .....</b>	<b>84</b>
<b>5.1.4 Modelo de Mistura .....</b>	<b>85</b>
<b>5.1.5 Discretização Numérica .....</b>	<b>85</b>
<b>5.2 Metodologia aplicada ao escoamento em quedas sucessivas .....</b>	<b>88</b>
<b>5.2.1 Definição da Geometria.....</b>	<b>88</b>
<b>5.2.2 Definição da Malha .....</b>	<b>91</b>

5.2.3 Definição do Modelo de Turbulência.....	94
5.2.4 Condições das Simulações .....	97
5.3 Resultados das Simulações.....	99
6 COMPARAÇÃO COM DADOS EXPERIMENTAIS E DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO MATEMÁTICO PARA A ALTURA DE ESCOAMENTO E ENERGIA DISSIPADA .....	112
6.1 Comparação dos Resultados Numéricos com os Experimentais .....	112
6.2 Modelo Matemático Adimensional .....	114
7 MODELO MATEMÁTICO: PRÉ-DIMENSIONAMENTO DE BACIAS DE DISSIPÇÃO.....	119
7.1 Modelo Matemático Adimensional: Comprimento de Bacias de Dissipação 120	
7.2 Modelo Matemático Adimensional: Determinação da Cota de Fundo de Bacias de dissipação .....	124
8 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES .....	126
9 REFERÊNCIAS .....	129



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Barragem na Akarnanian – Grécia 1300 a.C. ....	28
Figura 2 - Barragem New Croton, imagem retirada por volta de 1910 .....	29
Figura 3 - Estruturas em degraus: a) Vertedouro em degraus em Robina, Gold Coast (Austrália), b) Canal em degraus utilizado no sistema de drenagem do Campus II da USP em São Carlos, c) Descida d'água em degraus em um talude de rodovia d) Canal da Piracema da Barragem de Itaipu no Rio Paraná.....	32
Figura 4 - Classificação dos tipos de escoamento .....	34
Figura 5 - Recirculação instável com interferência esteira-degrau (SK1).....	35
Figura 6 - Recirculação instável com interferência esteira-esteira (SK2) .....	36
Figura 7 - Escoamento com recirculação estável (SK3) .....	36
Figura 8 - Características do escoamento de transição .....	37
Figura 9 - Escoamento de transição (TRA1) .....	38
Figura 10 - Escoamento de transição (TRA2) .....	39
Figura 11 - Transição entre NA2 e NA3 e limite para ocorrência do NA1 .....	44
Figura 12 - Desenho esquemático do escoamento em quedas sucessivas com ressalto hidráulico plenamente desenvolvido (NA1). ....	45
Figura 13 - Escoamento em quedas sucessivas: ressalto hidráulico parcialmente desenvolvido (NA2).....	47
Figura 14 - Escoamento em quedas sucessivas: sem ressalto hidráulico (NA3).....	48
Figura 15 – Propagação de ondas em escoamento sem ressalto hidráulico (NA3).....	48
Figura 16 - Escoamento sem ressalto hidráulico (NA3).....	49
Figura 17 – Desenho Esquemático de um escoamento em quedas sucessivas. ....	51
Figura 18 – Dados de estudos e das equações 22 e 27 para dissipação de energia. ....	54
Figura 19 – Região de jato deslizante e piscina. ....	56
Figura 20 – Cota de fundo da bacia de dissipação. ....	63
Figura 21 - Metodologia geral ANSYS CFX. ....	71
Figura 22 – Elemento de malha isolado .....	87
Figura 23 – Domínios computacionais selecionados .....	89
Figura 24 - Domínio computacional, condições de contorno e definições.....	90
Figura 25 – Condições de contorno e definição de variáveis.....	92
Figura 26 – Divisão do domínio .....	93
Figura 27 – Refinamento da malha.....	94
Figura 28 - Resultados numéricos obtidos com o $k-\varepsilon$ em comparação aos dados experimentais de Moore (1943) e Rajaratnam e Chamani (1995).....	97
Figura 29 – Campo com as frações volumétricas de água e ar: (a) $s/l = 0,0594$ ; (b) $s/l = 0,10$ ; (c) $s/l = 0,25$ ; (d) $s/l = 0,42$ ; (e) $s/l = 0,50$ ; (f) $s/l = 0,597$ ; (g) $s/l = 0,80$ .....	102
Figura 30 – Detalhe da recirculação nos degraus .....	102

Figura 31 – Relações adimensionais $\Delta H/H_{\text{máx}}$ e $Z/h_c$ .....	109
Figura 32 – Relações adimensionais $\Delta H/h_c$ e $Z/h_c$ .....	109
Figura 33 – Relações adimensionais $H_{\text{res}}/h_c$ e $Z/h_c$ .....	110
Figura 34 – Relações adimensionais $L_j/z$ e $Z/h_c$ .....	110
Figura 35 – Comparação dos resultados numéricos e experimentais.....	113
Figura 36 – Resultados numéricos de $h_b/h_c$ em função $Z/h_c$ .....	114
Figura 37 – Comparação entre resultados numéricos obtidos via CFD e os valores calculados com a equação 90.....	117
Figura 38 – Comparação entre os resultados experimentais disponíveis na literatura e os valores calculados com a equação 90.....	117
Figura 39 - (a) Ressalto hidráulico estacionário situado na bacia de dissipação; (b) Ocorrência de redução do nível d'água a jusante do ressalto e início do deslocamento; (c) deslocamento do ressalto para jusante e conseqüente erosão regressiva.....	120
Figura 40 - Resultados numéricos e experimentais de $L_j/z$ em função $z/h_c$ para escoamento em quedas sucessivas sem ressalto hidráulico.....	121
Figura 41 – Comparação entre os resultados numéricos (CFD) e os resultados calculados pela Equação 94.....	123
Figura 42 – Comparação entre os resultados experimentais e os resultados calculados pela Equação 94.....	123
Figura 43 – Curva dos dados numéricos adimensionais $Z/h_c$ em função de $D/h_c$ .....	124
Figura 44 – Curva dos dados experimentais adimensionais $Z/h_c$ em função de $D/h_c$ .....	125

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Constantes adimensionais por tipo de Bacia de Dissipação .....	61
Tabela 2 – Dados do domínio das simulações numéricas .....	89
Tabela 3 – Dados de entrada das simulações numéricas e intervalos para Froude e $Z/h_c$ ..	98
Tabela 4 – Resultados Simulação Numérica 1 ( $s/l = 0,0594$ ) .....	103
Tabela 5 – Resultados Simulação Numérica 2 ( $s/l = 0,1000$ ) .....	103
Tabela 6 – Resultados Simulação Numérica 3 ( $s/l = 0,2500$ ) .....	104
Tabela 7 – Resultados Simulação Numérica 4 ( $s/l = 0,4200$ ) .....	105
Tabela 8 – Resultados Simulação Numérica 5 ( $s/l = 0,5000$ ) .....	106
Tabela 9 – Resultados Simulação Numérica 6 ( $s/l = 0,5970$ ) .....	107
Tabela 10 – Resultados Simulação Numérica 7 ( $s/l = 0,8000$ ) .....	107
Tabela 11 – Dados experimentais .....	112
Tabela 12 – Resultados numéricos CFD dos coeficientes a e b .....	116
Tabela 13 – Resultados experimentais dos coeficientes a e b .....	116
Tabela 14 – Resultados numéricos CFD dos coeficientes c e d.....	122
Tabela 15 - Resultados experimentais dos coeficientes c e d .....	122

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Estudos experimentais em escoamentos em quedas sucessivas.....	40
Quadro 2 – Características dos principais estudos numéricos realizados em estruturas com degraus 2016 – 2020.....	67

## LISTA DE SÍMBOLOS

$A$  = Área ( $m^2$ )

$a, b, c$  e  $d$  = Coeficientes (-)

$A_{\beta\delta}$  = Área interfacial entre as fases  $\beta$  e  $\delta$  ( $m^2$ )

$B$  = Largura do canal (m)

$C$  = Fração volumétrica de ar [ $C = V_{ar}/(V_{ar} + V_{\acute{a}gua})$ ] (-)

$C_{P\beta\delta}$  = Capacidade específica de calor da mistura [ $J/(kg.k)$ ]

$D$  = Diferença entre a cota do piso do primeiro degrau e a cota do nível d'água no canal de restituição (m)

$D_h$  = Diâmetro hidráulico (m)

$d_i$  = Espessura do jato (m)

$d_p$  = Profundidade da água na parte inferior da cavidade de ar (m)

$d_{\beta\delta}$  = Comprimento na interface, entre  $\beta$  e  $\delta$  (m)

$F_r$  = Número de Froude na seção de escoamento (-)

$F_{r1}$  = Número de Froude na seção de escoamento supercrítico (-)

$F_{rb}$  = Número de Froude em relação à profundidade na quina do degrau (-)

$g$  = Aceleração da gravidade ( $m/s^2$ )

$\vec{g}$  = Vetor da aceleração da gravidade ( $m/s^2$ )

$h$  = Altura de funcionamento (m)

$h_1$  = Profundidade a montante do ressalto hidráulico (m)

$h_2$  = Profundidade conjugada a jusante do ressalto (m)

$h_b$  = Profundidade característica do fluxo na quina do degrau em que  $C = 0,9$  (m)

$h_c$  = Profundidade crítica do escoamento (m)

$H_{m\acute{a}x}$  = Energia total a montante da estrutura escalonada (m)

$H_o$  = Carga sobre a soleira a montante da comporta (m)

$H_{res}$  = Energia residual a jusante da estrutura escalonada (m)

$H_t$  = total de energia dissipada no ressalto hidráulico (m)

$i_p$  = Ponto de integração pertencente ao volume finito (-)

$L$  = Comprimento característico das grandes escalas de Kolmogorov (m)

$l$  = Comprimento do piso do degrau (m)

$L_d$  = Alcance do jato (m)

$L_I$  = Comprimento da bacia de dissipação Tipo I (USBR) (m)

$L_{II}$  = Comprimento da bacia de dissipação Tipo II (USBR) (m)

$L_{III}$  = Comprimento da bacia de dissipação Tipo III (USBR) (m)

$L_{IV}$  = Comprimento da bacia de dissipação Tipo IV (USBR) (m)

$L_j$  = Comprimento da bacia de dissipação (m)

$L_p$  = Ponto de estagnação (m)

$L_r$  = Comprimento do ressalto hidráulico (m)

$\dot{m}$  = Vazão mássica (kg/s)

$\dot{m}_{i_p}$  = Fluxo de massa sobre uma superfície do volume finito (kg/s)

$\dot{m}_{\beta\delta}$  = Taxa de fluxo de massa por unidade de área da fase  $\delta$  para a fase  $\beta$  (kg/m<sup>2</sup>.s)

$M_\beta$  = Força interfacial que age na fase  $\beta$  devido a presença de outra fase (kg/m<sup>2</sup>.s<sup>2</sup>)

$\vec{n}$  = Vetor normal ao elemento de área (-)

$N$  = Quantidade de degraus (-)

$n'$  = Microescala de comprimento de Kolmogorov (m)

$N$  = Quantidade de degraus (-)

$N_{a\%}$  = Coeficiente estatístico de distribuição de probabilidade (-)

$N_p$  = Número total de fase (-)

$^\circ$  = Super-índice referente ao tempo anterior (-)

$p$  = Pressão (N/m<sup>2</sup>)

$P_{a\%}$  = Pressão para uma probabilidade “a” de não excedência (m.c.a)

$P_{atm}$  = Pressão atmosférica (N/m<sup>2</sup>)

$P_{hid}$  = Pressão hidrostática na seção (N/m<sup>2</sup>)

$P_m$  = Pressão média no ponto x (m.c.a)

$P_{\text{máx}}$  = Pressão Máxima (N/m<sup>2</sup>)

$P_{\text{mín}}$  = Pressão Mínima (N/m<sup>2</sup>)

$P_{\text{Tot}}$  = Pressão Total (N/m<sup>2</sup>)

$P_{\text{Est}}$  = Pressão Estática (N/m<sup>2</sup>)

$P_s$  = Pressão média de estagnação (N/m<sup>2</sup>)

$P_\beta$  = Pressão da fase  $\beta$  (N/m<sup>2</sup>)

$P_\delta$  = Pressão da fase  $\delta$  (N/m<sup>2</sup>)

$P_x$  = pressão média na posição  $x$  (m.c.a)

$Pr_{\beta\delta}$  = Número Prandtl (-)

$q$  = Vazão específica [m<sup>3</sup>/(s. m)]

$R$  = Coeficiente de correlação (-)

$r_\beta$  = Fração de volume da fase  $\beta$  (-)

$r_\delta$  = Fração de volume da fase  $\delta$  (-)

$Re$  = Número de Reynolds (-)

$Re_{\beta\delta}$  = Número de Reynolds da mistura (-)

$R_h$  = Raio hidráulico (m)

$s$  = Altura do degrau (m)

$s_c$  = Superfície de controle (-)

$S$  = Módulo do tensor médio da taxa de força (s<sup>-1</sup>)

$S_M$  = Termo fonte da equação de momento [(kg.s<sup>2</sup>) /m<sup>2</sup>]

$S_\beta$  = Fonte de massa na fase  $\beta$  (kg/m<sup>3</sup>.s)

$S_{M\beta}$  = Termo fonte da quantidade de movimento devido às forças externas no modelo multifásico (kg/m<sup>2</sup>.s<sup>2</sup>)

$S_{MS\beta}$  = Fonte de massa no modelo multifásico (kg/m<sup>3</sup>.s)

$S_\phi$  = Fonte de massa no modelo multifásico (kg/m<sup>3</sup>.s)

$\overline{S_{u_i}}$  = Tensor de taxa de força (s<sup>-1</sup>)

$t$  = Tempo (s)

$T$  = Tempo para o jato alcançar a superfície livre no degrau seguinte (s)

$T'$  = Temperatura ( $^{\circ}\text{C}$ )

tgh = Função tangente hiperbólica (-)

$u$ ,  $v$  e  $w$  = Velocidades, respectivamente, nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$  (m/s)

$u_i$ ,  $u_j$  e  $u_k$  = Componentes das velocidades nas direções  $x_i$ ,  $x_j$  e  $x_k$  (m/s)

$u_{\beta}$  = Velocidade da fase  $\beta$  (m/s)

$u_{\delta}$  = Velocidade da fase  $\delta$  (m/s)

$u'$  = Componente da velocidade variáveis no tempo ou da flutuação da velocidade (m/s)

$\bar{u}$  = Componente média de velocidade (m/s)

$\vec{u}$  = Vetor velocidade (m/s)

$\vec{g}$  = Vetor da aceleração da gravidade ( $\text{m/s}^2$ )

$V$  = Velocidade média (m/s)

$V_1$  = Velocidade na seção de escoamento torrencial (m/s)

$V_c$  = Volume de controle (-)

$V_c$  = Velocidade crítica (m/s)

$V_i$  = Velocidade do escoamento na queda (m/s)

$\text{Vol}$  = Volume ( $\text{m}^3$ )

$\text{Vol}_{\beta}$  = Volume ocupado pela fase  $\beta$  ( $\text{m}^3$ )

$\vec{v}$  = Velocidade do fluido no sistema de coordenadas na superfície de controle (m/s)

$x$  = posição da tomada de pressão (m)

$x$ ,  $y$  e  $z$  = Direções cartesianas (-)

$Z$  = Altura da estrutura escalonada (m)

$Z_j$  = Cota num piso qualquer abaixo do patamar superior (m)

$Z_m$  = Cota geométrica do patamar superior (m)

$\alpha$  = Ângulo do canal com a horizontal ( $^{\circ}$ )

$\alpha_0$  = Condutividade térmica [ $(\text{m}^2 \cdot \text{s})/^{\circ}\text{C}$ ]

$\beta$ ,  $\delta$ ,  $\gamma$  = Fases dos fluidos nos modelos multifásicos (-)

$\phi$  = Ângulo de inclinação do canal com degrau ( $^{\circ}$ )



$\phi'$  = Proporção de energia dissipada por degrau (-)

$\varnothing_e$  = Termo fonte da equação da energia (°C/s)

$\Delta H$  = Perda de carga (m)

$\Delta n$  = Vetor de superfície discreto (-)

$\Delta P$  = Diferença entre pressão atmosférica e a pressão no interior da cavidade de ar, sob o jato em uma queda livre (N/m<sup>2</sup>)

$\Delta t$  = Variação do tempo (s)

$\nabla$  = Operador gradiente (-)

$\lambda_{\beta\delta}$  = Condutividade térmica da mistura [J/(s.m.k)]

$\mu$  = Viscosidade dinâmica [kg/(s.m)]

$\mu_{\beta}$  = Viscosidade dinâmica da fase  $\beta$  [kg/(s.m)]

$\mu_{\delta}$  = Viscosidade dinâmica da fase  $\delta$  [kg/(s.m)]

$\mu_{\beta\delta}$  = Viscosidade dinâmica da mistura [kg/(s.m)]

$\mu_{\text{eff}}$  = Viscosidade efetiva, soma da viscosidade molecular com a turbulenta [kg/(s.m)]

$\nu$  = Viscosidade cinemática (m<sup>2</sup>/s)

$\theta$  = Ângulo formado na cavidade de ar entre o jato e horizontal (°)

$\rho$  = Massa específica da água (kg/m<sup>3</sup>)

$\rho_{\beta}$  = Massa específica da fase  $\beta$  (kg/m<sup>3</sup>)

$\rho_{\delta}$  = Massa específica da fase  $\delta$  (kg/m<sup>3</sup>)

$\rho_{\beta\delta}$  = Massa específica da mistura (kg/m<sup>3</sup>)

$\rho_m$  = Massa específica da mistura (kg/m<sup>3</sup>)

$\tilde{\rho}_{\beta}$  = Massa específica efetiva da fase (kg/m<sup>3</sup>)

$\sigma_x$  = Desvio padrão no ponto x (m.c.a)

$\tau$  = Tensão de cisalhamento média ou tensão de tensões molecular [kg/(m.s<sup>2</sup>)]

$\Gamma$  = Fonte de massa por unidade de volume ou Difusividade (-)

$\Gamma_{\beta}$  = Fonte de massa por unidade de volume na fase  $\beta$  (kg/m<sup>3</sup>)

$\Gamma_{\delta}$  = Fonte de massa por unidade de volume na fase  $\delta$  (kg/m<sup>3</sup>)

$\Gamma_{\beta\delta}$  = Taxa de fluxo de massa por unidade de volume da fase  $\delta$  para a fase  $\beta$  (kg/m<sup>3</sup>.s)

$\Gamma_{\delta\beta}$  = Taxa de fluxo de massa por unidade de volume da fase  $\beta$  para a fase  $\delta$  (kg/m<sup>3</sup>.s)

$\Gamma_{\beta\delta}^+ u_\delta - \Gamma_{\delta\beta}^+ u_\beta$  = Transferência de quantidade de movimento induzida pela transferência de massa (kg/m<sup>2</sup>.s<sup>2</sup>)

## RESUMO

Os canais com o fundo em degraus são importantes estruturas hidráulicas empregadas como parte de sistemas extravasores de barragens, sistemas de drenagem, canais para transposição de peixes, entre outros usos. Conhecer as características dos possíveis escoamentos em tais estruturas é essencial para elaboração de projetos. Neste trabalho foi estudado numericamente o escoamento do tipo quedas sucessivas sem formação de ressalto hidráulico em canais com fundos em degraus, empregando o modelo multifásico não homogêneo e o modelo de turbulência  $k-\epsilon$ , com o propósito de calcular a altura de escoamento e apresentar metodologias para o pré-dimensionamento. A partir dos resultados obtidos nas sete simulações numéricas realizadas, com  $s/l$  entre 0,0594 e 0,80, onde  $s$  é altura e  $l$  o comprimento dos degraus, foram analisados os perfis da superfície livre, as alturas de escoamento e os campos de velocidade ao longo dos canais em degraus. As alturas de escoamento ao longo dos canais em degraus apresentaram comportamento decrescente a partir do nível crítico, tendendo ao regime quase-uniforme. Com base em tal distribuição, propõe-se um modelo simplificado para o cálculo das alturas de escoamento e energia dissipada ao longo do canal em degraus. Foi desenvolvida também uma formulação adimensional simplificada para o cálculo do comprimento de bacias de dissipação por ressalto hidráulico e determinação da respectiva cota de fundo. As comparações realizadas entre as soluções numéricas e os dados experimentais indicaram haver aderência entre as metodologias. Do mesmo modo, as formulações propostas, quando comparadas aos dados experimentais, apresentaram aderência com desvios menores que 7% para a maior parte dos dados referentes à energia dissipada. Considerando a metodologia para o pré-dimensionamento de bacias de dissipação, os desvios resultaram ainda menores.

**Palavras-chave:** canal em degraus; quedas sucessivas; dissipação de energia; bacia de dissipação; simulações numéricas.

## ABSTRACT

The stepped chutes are important hydraulic structures used as stepped spillways, drainage systems, for fish passage, among other uses. Knowing the characteristics of possible flows in such structures is essential for design. In this work has been studied numerically of the nappe flow without hydraulic jump in chutes with different slopes were performed using the inhomogeneous multiphase model and the k- $\epsilon$  turbulence model, with the purpose of calculating the flow height and presenting methodologies for pre-dimensioning. From the results obtained in the seven numerical simulations carried out with  $s/l$  between 0,0594 e 0,80, where  $s$  is height and  $l$  is the length of the steps, flow profiles and heights, and velocity fields along the stepped chutes were analyzed. Flow depths along the stepped chutes decreasing from the critical level, tending to the quasi-uniform flow regime. Based on this distribution, it was propose a simplified model for the calculation of flow depths and dissipated energy along the stepped chutes. A simplified non-dimensional formulation was also developed for the calculation length and apron elevation of the stilling basin by hydraulic jump. The comparisons made between the numerical solutions and the experimental data indicated that there was adherence between the methodologies. Likewise, the proposed formulations, when compared to the experimental data, showed adherence with deviations less than 7% for most of the data referring to the dissipated energy. Considering the methodology for the pre-dimensioning of stilling basin, the deviations were even smaller.

**Keywords:** stepped chute, nappe flow, energy dissipation, stilling basin, numerical simulation.

## 1 INTRODUÇÃO

Escoamentos em queda são encontrados em sistemas fluviais formados ao longo do tempo por processos geomorfológicos, como em extremidades de trechos de rios, principalmente em regiões de topografia acidentada. Em alguns casos, essas quedas d'água naturais podem se assemelhar a canais com o fundo em degraus, como no caso daquela conhecida como pancada grande, situada em Ituberá-BA. Há também os canais artificiais construídos com o fundo em degraus, entre os quais encontram-se os canais de sistemas extravasores de barragens ou vertedouros em degraus, os canais utilizados para a drenagem, em taludes de rodovias, conhecidos como descidas d'água em degraus, as escadarias drenantes usadas como vias de pedestres em bairros situados em encostas, canais da arquitetura decorativa, entre outras aplicações.

As estruturas em degraus vêm sendo utilizadas desde a antiguidade, a exemplo do canal em degraus da barragem situada em Akarnania, na Grécia, datada de 1300 a.C. (CHANSON, 2002). No decorrer dos anos, as características hidráulicas e aplicações desses canais foram sendo revisadas e adaptadas conforme os resultados obtidos sobre o desempenho dos escoamentos, incluindo a redução de velocidade e dissipação de energia. Além disso, também houve uma evolução vinculada ao desenvolvimento dos materiais de construção das estruturas.

Cientistas como Leonardo da Vinci e Johann Bernoulli apresentaram desenhos detalhados dos padrões vistos em escoamentos em condutos com paredes escalonadas, incluindo o escoamento em quedas sucessivas (RICHTER, 1883; BERNOULLI, 1743). No entanto, somente a partir do XX, considerando as publicações conhecidas, os degraus passaram a ser projetados com a função de dissipar a energia dos escoamentos, sendo que até os dias atuais são predominantemente utilizados para esta função quando se trata de vertedouros em degraus e descidas d'água em taludes.

House (1936), Moore (1943) e Rand (1955) realizaram estudos sobre as características de escoamentos sobre um degrau, incluindo o alcance do jato, alturas de escoamento e dissipação de energia. Mais tarde, Horner (1969) e Essery e Horner (1978) apresentaram os resultados de estudos experimentais válidos para condições

mais amplas, incluindo resultados sobre os tipos de escoamento hoje conhecidos como *nappe flow* ou escoamentos em quedas sucessivas e *skimming flow* ou escoamento deslizante sobre turbilhões, empregando aqui as traduções para o português propostas por Matos e Quintela (1995).

De acordo com Essery e Horner (1978), Sorensen (1985) e com trabalhos mais recentes, como os de Chanson (2002), Boes e Hager (2003) e Chinarasri e Wongwise (2004) as características geométricas do canal e a vazão escoada são as variáveis que definem os adimensionais empregados para a caracterização dos limites de ocorrência de um ou outro regime. Mostram que os escoamentos podem ocorrer de três maneiras distintas: em quedas sucessivas com ou sem formação de ressaltos hidráulicos no piso dos degraus, em regime de transição ou em regime deslizante sobre turbilhões.

A partir do trabalho de Sorensen (1985), a maior parte dos estudos sobre vertedouros em degraus foi motivada pelo crescente uso do concreto compactado a rolo para a construção de barragens. Além dos sistemas extravasores de barragens, cabe mencionar que em 1980 foi construída a primeira escadaria drenante em Salvador-BA, no bairro Nordeste de Amaralina (MANGIERI, 2012). O projeto deste tipo de estrutura, assim como de descidas d'água em degraus têm se beneficiado do conhecimento produzido com as pesquisas sobre vertedouros em degraus, como pode ser visto em Simões *et al.* (2010), Mangieri (2012), Rodrigues *et al.* (2020) e Ribeiro *et al.* (2021).

Quando se trata de canais em degraus de barragens, há uma predominância de inclinações elevadas, com 1V:0,75H, condição que leva à ocorrência do escoamento deslizante sobre turbilhões para as vazões de projeto. Entretanto, mesmo para essas estruturas, vazões menores podem corresponder a escoamentos do tipo quedas sucessivas. Em barragens com canais em degraus cujos pisos são muito mais extensos que os comprimentos dos espelhos, o regime predominante pode ser o escoamento em quedas sucessivas, a exemplo do vertedor escavado em rocha, da barragem La Grand 2, no Canadá, como indicado em Vischer e Hager (1998).

Nas últimas três décadas, a maioria dos estudos realizados têm dedicado esforços para obtenção de dados experimentais, para a modelagem teórica ou semiempírica dos escoamentos e para a modelagem com as equações de conservação de massa, Navier-Stokes com médias de Reynolds e modelos de turbulência, empregando

recursos computacionais. Nesse período encontram-se, por exemplo, os trabalhos de Frizell (1992), Tozzi (1992), Peyras *et al.* (1991), Chanson (1994b), Matos e Quintela (1995), Rice e Kadavy (1996), Chamani e Rajaratnam (1999), Ohtsu *et al.* (2001), Chanson (2001, 2002), Boes e Hager (2003), Sanagiotto (2003), Dai Prá (2004), Chinnarasri e Wongwise (2004), Gonzalez e Chanson (2007), Arantes (2007), Shahheydari *et al.* (2014), Khalaf *et al.* (2014), Conterato (2014), Daí Pra *et al.* (2016), Felder *et al.* (2019), Rajaei *et al.* (2020) e Nóbrega *et al.* (2020).

Os trabalhos citados no parágrafo anterior apresentam resultados experimentais sobre a dissipação de energia promovida pelos degraus, incluindo modelagens com a primeira lei da termodinâmica (equação da energia) e a equação de Darcy-Weisbach. Essa abordagem resultou em uma variedade de valores e formulações para o fator de resistência de Darcy-Weisbach, com resultados entre 0,04 e 5, com pode ser visto em Chanson (2002). Tal divergência apontou para a dificuldade em medir a altura de escoamento, para a necessidade de fazer distinção entre a região monofásica e aquela a jusante do ponto de início da aeração, com intensa mistura de ar e água, além da formação de *spray*. Medições na região aerada, as quais apresentaram alturas de escoamento maiores que as alturas de escoamento da região não aerada, resultaram em valores para o fator de resistência extremamente elevados, dentro do intervalo citado.

Ademais, estas pesquisas vêm demonstrando que um canal em degraus, dependendo de suas características geométricas e da vazão vertida, pode chegar a dissipar entre 60% e 90% da energia disponível a montante da estrutura (TOZZI, 1992; SANAGIOTTO, 2003; DAI PRA, 2004). Como consequência dessa elevada dissipação de energia, os resultados indicam uma redução dos comprimentos de bacias de dissipação por ressalto hidráulico quando implantadas a jusante das estruturas em degraus, que poderão ter suas dimensões reduzidas, tanto no comprimento como na profundidade da bacia, quando comparadas a aquelas a jusante de vertedouros com canais em concreto liso (SANAGIOTTO, 2003). Esse é um aspecto fundamental que justifica os estudos sobre o tema, já que o uso de canais em degraus resulta na diminuição dos custos de execução do sistema extravasor, gerando uma economia significativa nos projetos.

Os estudos ainda têm evidenciado que o uso de degraus nas estruturas hidráulicas, além de proporcionar a redução de velocidade e a maximização da dissipação da

energia, também podem ser utilizados para provocar zonas de mistura e aumentar a concentração de oxigênio nos escoamentos (MATOS *et al.*, 2015; METCALF; EDDY, 2016).

Por outro lado, o aumento na concentração de gás dissolvido a jusante de estruturas hidráulicas, como vertedouros de barragens, pode ser prejudicial para a maioria das espécies de peixes. A supersaturação total de gás dissolvido (TDG) pode resultar numa condição chamada “Trauma da Bolha de Gás” (*Gas Bubble Disease - GBD*), a doença das bolhas de gás que levam à morte de peixes. Os efeitos dos padrões de escoamento, dissipação de energia, vazão e modos de operação interferem circunstancialmente na TDG e precisam ser verificados quanto às suas decorrências no meio aquático (RINDELS; GULLIVER, 1989; ORLINS; GULLIVER, 2000; Qu *et al.*, 2011; WITT *et al.*, 2018).

Os canais em degraus também podem ser utilizados na estabilização de taludes contra erosão, em sistemas de drenagem urbana, abastecimento de água e esgotamento sanitário e, em alguns casos, emprega-se o gabião para a construção dos degraus, como indicado nos trabalhos de Peyras *et al.* (1992) e Rajaei *et al.* (2020).

Conhecer o processo e mensurar as variáveis dos escoamentos, sobretudo a energia dissipada ao longo do canal em degraus é o ponto chave dos projetos. As falhas de concepção e execução, devido à falta de projetos bem concebidos, acarretam sérios problemas ambientais, estruturais e favorecem a processos erosivos e perda de material de base das estruturas, promovendo uma situação de risco. Desse modo, os estudos avançaram e continuam sendo realizados para que as características dos escoamentos em canais em degraus sejam conhecidas.

A ocorrência do regime de escoamento em quedas sucessivas é observada na maioria das estruturas hidráulicas, nas escadarias drenantes; em sistemas extravasores de barragens com degraus de grandes dimensões, embora menos frequentes; descidas d'água em degraus, geralmente construídas em taludes próximos a rodovias; escadas de transposição de peixes; escadas de aeração de esgotos; estruturas ornamentais e vertedouros com degraus de grandes dimensões (SIMÕES, 2012). Por outro lado, desde o trabalho de Rand (1955), relativo ao escoamento sobre um degrau, poucos estudos foram conduzidos sobre o escoamento em quedas sucessivas quando comparado a quantidade de trabalhos que versam sobre o regime deslizante sobre



turbilhões. E ainda os resultados experimentais existentes são restritos a apenas um degrau, a degraus formados por gabiões ou possuem lacunas relativas as dimensões do canal.

Acredita-se que isso acontece, principalmente, pelo fato do regime deslizante sobre turbilhões se estabelecer predominantemente em sistemas extravasores de barragens, estruturas hidráulicas de grande porte, íngremes e de elevadas vazões, que possuem importante visibilidade econômica. No entanto, vale apenas destacar, que qualquer estrutura escalonada se expõe ao regime de escoamento em quedas sucessivas sem ressalto hidráulico, pelo menos temporariamente, evidenciando que as condições hidráulicas para este tipo de regime precisam ser mais estudadas e ampliadas.

Seguindo uma trilha em direção ao estado da arte sobre o tema, nota-se que há um interesse crescente na realização de modelagem e simulação empregando os recursos da dinâmica dos fluidos computacional (ou *Computational Fluid Dynamics*, cuja sigla é CFD).

Nos estudos desenvolvidos por Arantes (2007), Hamedi *et al.* (2016), Morovati *et al.* (2016), Bai *et al.* (2017), Patil *et al.* (2017), Mansoori *et al.* (2017), Souto *et al.* (2017), Bagatur e Can (2018), Bentalha (2018), Filho (2018), Salmasi e Samadi (2018), Jiang *et al.* (2018), Li *et al.* (2018), Nóbrega *et al.* (2020), a dinâmica de fluidos computacional mostrou-se uma ferramenta capaz de caracterizar algumas variáveis que representam escoamentos em canais em degraus. Esses trabalhos destacam que o uso de CFD pode auxiliar na otimização de projetos e, até mesmo, no planejamento de ensaios em modelos reduzidos.

Outro ponto positivo quanto ao uso de modelagens numéricas é a facilidade em obter as características dos escoamentos sobre os degraus. Há relatos na literatura sobre a dificuldade em determinar por meio de experimentos alguns parâmetros, principalmente as alturas de escoamento. Considerando a natureza do escoamento médio turbulento e aerado, com presença de outra fase, o qual apresenta uma superfície livre de difícil definição devido a interferência das partículas. Os equipamentos de medição a laser, doppler e outros ficam suscetíveis a medições imprecisas, conforme relatado por Simões (2012), Sanagiotto e Marques (2008), Felder *et al.* (2019).

Nas pesquisas mencionadas foram utilizados diversos softwares, arranjos geométricos, modelos de turbulência, tipos de malhas e características hidráulicas. Diferentes aspectos referentes aos escoamentos em degraus foram estudados, como o desenvolvimento de camadas limite, dissipação de energia, aeração do escoamento, efeitos de escala, campos de pressão e velocidade, modelos de turbulência, entre outros. Entre os resultados obtidos pelos autores citados, nota-se que houve boa concordância nas comparações entre os resultados experimentais e numéricos para a região monofásica. A simulação do escoamento bifásico do tipo ar-água, entretanto, continua sendo um desafio, como pode ser visto em Bombardelli *et al.* (2012) e Nóbrega *et al.* (2020).

Os poucos estudos numéricos sobre o escoamento em quedas sucessivas (Jahromi *et al.* (2008); Hamedi *et al.* (2016); Bentalha e Habi (2017); Bagatur e Can (2018)) ainda são incipientes e bem específicos, restritos a estudos de casos, em sua maioria. Especificamente, não foi encontrado um estudo exclusivo e com informações detalhadas de escoamentos multifásicos sobre degraus em quedas sucessivas sem formação de ressalto hidráulico, indicando para a necessidade de avanços científicos sobre o tema. É nesse contexto que está inserido o presente trabalho.

## **2 OBJETIVOS**

### **2.1 Objetivo Geral**

Investigar, via dinâmica dos fluidos computacional, o comportamento de variáveis que caracterizem os escoamentos em quedas sucessivas sem a formação de ressalto hidráulico e propor equações adimensionais para o pré-dimensionamento.

### **2.2 Objetivos Específicos**

- Avaliar modelos de turbulência e refinamentos de malhas para simulações numéricas de escoamento em quedas sucessivas.
- Propor uma formulação adimensional que relacione a altura de escoamento, altura crítica e grandezas características do canal escalonado para a condição de escoamento em quedas sucessivas sem formação de ressaltos hidráulicos.
- Propor uma formulação adimensional para o pré-dimensionamento de bacias de dissipação adequadas a baixos números de Froude (entre 2,5 e 4,5) a jusante de canais em degraus submetidos ao regime de quedas sucessivas sem ressalto hidráulico.
- Adaptar uma metodologia para a determinação da cota de fundo da bacia de dissipação a jusante de canais em degraus submetidos ao regime de quedas sucessivas sem formação de ressaltos hidráulicos.

### 3 REVISÃO DA LITERATURA

#### 3.1 Breve histórico

As estruturas em degraus começaram a ser utilizadas há mais de 3.500 anos, prioritariamente por civilizações de regiões acidentadas (CHANSON, 2002). Pressupõe-se que a estrutura mais antiga foi construída em blocos de pedra numa barragem na Akarnanian – Grécia (1.300 a.C.), com altura de 10,5 m, comprimento 25 m, declividade média de 45° e degraus variando entre 60 e 90 cm de altura, conforme pode ser visualizada na Figura 1 (CHANSON, 1995).

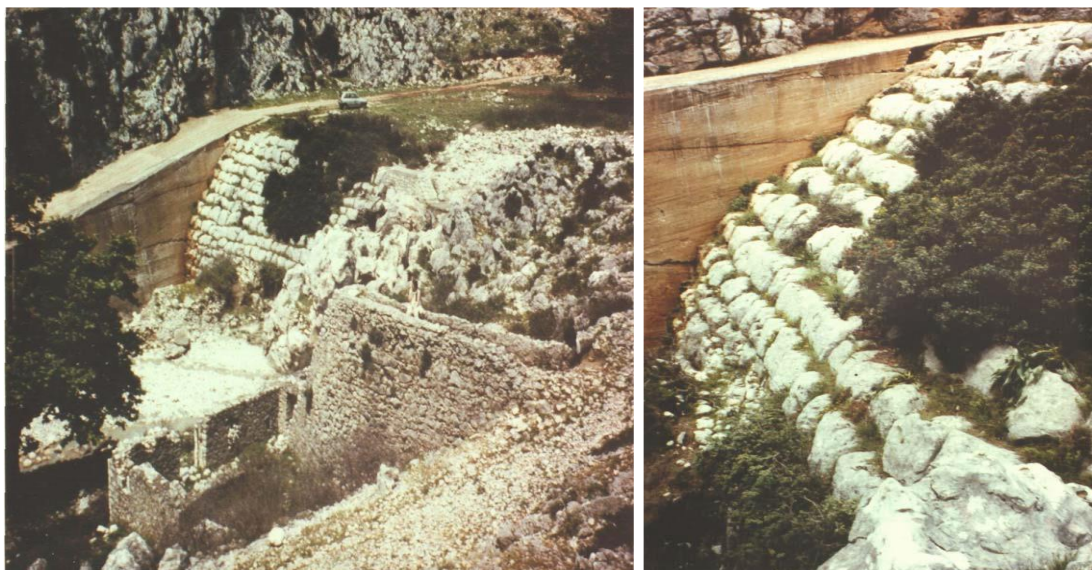


Figura 1 - Barragem na Akarnanian – Grécia 1300 a.C.  
Fonte: Chanson (1998).

Ao longo da evolução histórica, as estruturas em degraus foram sendo empregadas de forma independente pelas civilizações antigas, por oferecerem estabilidade estrutural e facilidade construtiva. No decorrer dos anos, a partir da observação do funcionamento e das características geométricas, a sua aplicação foi passando por revisões e adaptações, conforme eram identificados os benefícios proporcionados aos escoamentos e as estruturas (CHANSON, 1995).

De acordo com Chanson (1998), somente a partir do século XX os degraus passaram a ser projetados com a função de dissipar a energia dos escoamentos, onde o primeiro vertedouro em degraus construído com esse novo conceito foi a barragem de New Croton, em 1906, nos Estados Unidos, apresentada na Figura 2.

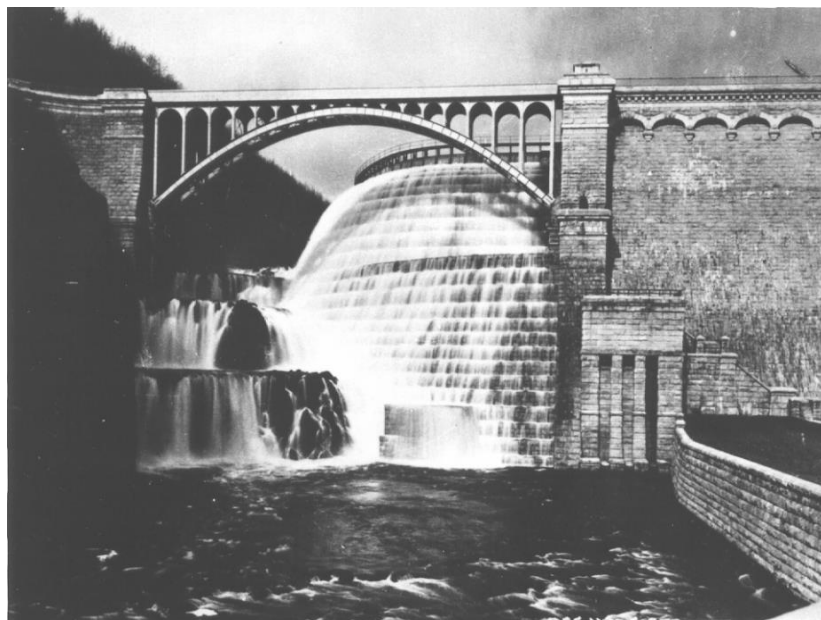


Figura 2 - Barragem New Croton, imagem retirada por volta de 1910  
Fonte: Chanson (1998).

Na primeira metade do século XX, o interesse por estruturas em degraus ainda era baixo devido ao seu alto custo de implantação. As obras necessitavam de grandes investimentos, motivo que dificilmente pudesse justificar a sua construção diante aos benefícios a serem contraídos pelos escoamentos, ainda poucos conhecidos na época (CHANSON, 1998).

No decorrer deste século poucos autores, como Rouse (1936), White (1943), Moore (1943), Rand (1955), Horner (1969), Essery e Horner (1978), Stephenson (1979; 1988), Sorensen (1985), Rajaratnam (1990), Peyras *et al.* (1991), Tozzi (1992), Chanson (1994a) e Rajaratnam e Chamani (1995) se dedicaram a analisar os escoamentos sobre os degraus, dando atenção especial às dimensões das estruturas e às condições de escoamento. Os trabalhos experimentais e conceituais desses autores resultaram em novos progressos à hidráulica de canais em degraus.

Na década de 1970, as características econômicas da época proporcionaram a descoberta e o desenvolvimento de novos materiais e técnicas construtivas, dentre as quais se destacaram as estruturas em gabiões e o concreto compactado a rolo para a construção de canais em degraus e barragens. Essas novas técnicas construtivas impulsionaram o crescimento da implantação de barragens com vertedouros em degraus, especialmente o concreto compactado a rolo, pois ofereceram relativa facilidade construtiva e redução de custos na construção dos degraus, otimizando a

sua utilização (CHANSON, 1995).

A partir do uso de vertedouros com degraus, em várias barragens espalhadas pelo mundo, emergiu a necessidade e despertou o interesse dos pesquisadores em estudar as condições hidráulicas dos escoamentos estabelecidos sobre os degraus, visando controlar e promover a segurança dos grandes reservatórios de água. Entre eles, pode-se citar Matos (1999), Chanson (2002), Sanagiotto (2003), Dai Prá (2004; 2011), Marques *et al.* (2007), Simões (2008; 2012), Chafi *et al.* (2010), Conterato *et al.* (2014), Jahad *et al.* (2016), entre outros. Diversos estudos em modelos físicos foram desenvolvidos, proporcionando a realização de experimentos e produção de conhecimento sobre o tema, condição que disponibilizou informações e características relevantes quanto ao funcionamento e aplicação dos degraus nas estruturas hidráulicas.

Em 2002 foi publicado estudo numérico sobre escoamentos em vertedouros em degraus desenvolvido por Chen *et al.* (2002), provavelmente o primeiro trabalho acadêmico sobre o tema. Em 2005, no Brasil, Arantes e Porto (2005) apresentaram resultados de simulações realizadas com recursos da dinâmica dos fluidos computacional aplicada a um domínio com características semelhantes à de um vertedouro em degraus. Desde então, os resultados de trabalhos científicos voltados à simulação numérica de escoamentos em canais e vertedouros em degraus passaram a integrar o conjunto de conhecimentos sobre essas estruturas hidráulicas, incluindo o uso de diferentes modelos de turbulência e modelos multifásicos em tentativas de representar não só a região monofásica, mas também a zona aerada do escoamento.

O estado atual das pesquisas sobre o tema vai além quando se trata das estratégias de modelagem numérica e computacional. Recentemente, Nóbrega *et al.* (2020) apresentaram resultados de simulações numéricas empregando a dinâmica suavizada de partículas, que é uma forma de representação baseada no uso de partículas e não de malhas eulerianas.

### **3.2 Características dos Canais em Degraus**

Os canais em degraus são estruturas hidráulicas que possuem fundos escalonados, como se fossem escadarias, onde a água escoar em condições de superfície livre

(SIMÕES, 2012).

Os degraus podem ser implantados nas estruturas para diversas finalidades, tais como: (i) conter e evitar erosões, principalmente em taludes e áreas de irrigação; (ii) canais de transposição de peixes; (iii) estruturas ornamentais; (iv) sistemas de abastecimento de água e de esgotamento sanitário; (v) drenagem urbana; (vi) recuperação de rios degradados e (vii) canais rápidos de sistemas extravasores de barragens. Além disso, podem ser construídos com diferentes tipos de materiais (concreto armado, concreto compactado a rolo, pré-fabricados em concreto, gabiões, rochas, terras e enrocamentos) e de diversas formas geométricas (pisos em aclave, espaçados, com soleiras centrais ou na extremidade à jusante, variação nos formatos e tamanhos dos muros laterais), conforme o objetivo a ser alcançado (SIMÕES, 2012).

A presença dos degraus nas estruturas hidráulicas proporciona a redução de velocidade, dissipação de energia, entrada de ar e transferência de massa de espécies químicas presentes na água e no ar através da interface ar-água (CHANSON, 2002).

Nos escoamentos sobre estruturas em degraus são gerados altos números de Reynolds. Neste caso, as partículas do líquido movem-se em trajetórias irregulares, com movimento aleatório, produzindo uma transferência de quantidade de movimento entre as regiões da massa líquida (PORTO, 2006). O movimento caótico entre os agrupamentos das moléculas do fluido, as forças tangenciais produzidas pelas partículas favorecem ao surgimento do escoamento multifásico, que podem ser constituídos de uma intensa incorporação de ar (SIMÕES, 2012). Possuem eficiência superior na dissipação de energia quando comparadas com estruturas convencionais em concreto liso, onde os degraus aumentam a resistência hidráulica ao longo do canal e são responsáveis por aumentar a troca gasosa do escoamento (RAJARATNAM; CHAMANI, 1995).

A Figura 3 apresenta alguns exemplos de estruturas hidráulicas com degraus, como um pequeno vertedor construído com gabiões (Figura 3a), canais em degraus construídos em sistemas de drenagem (Figuras 3b e 3c) e um canal para a transposição de peixes (Figura 3d).



Figura 3 - Estruturas em degraus: a) Vertedouro em degraus em Robina, Gold Coast (Austrália), b) Canal em degraus utilizado no sistema de drenagem do Campus II da USP em São Carlos, c) Descida d'água em degraus em um talude de rodovia d) Canal da Piracema da Barragem de Itaipu no Rio Paraná.

Fonte: a) Wüthrich *et al.* (2014); b e c) Simões (2012); d) Soldon (2019).

Numa queda vertical livre a resistência total do escoamento é influenciada pela velocidade, viscosidade, densidade, comprimento e aceleração do fluido devido à gravidade (KUMAR *et al.*, 1996). Quando em quedas sucessivas sobre os degraus, o regime e as características do escoamento podem ser alterados de acordo com a configuração do canal, largura, altura e inclinação da calha; pelas dimensões dos degraus, altura do espelho e comprimento do piso; e pelas condições hidráulicas na entrada, vazão e velocidade do fluido (RAND, 1955).

Os pesquisadores Horner (1969), Rajaratnam (1990), Diez-Cascon *et al.* (1991) e Chanson (1994a) classificaram, inicialmente, os escoamentos ao longo dos canais com degraus em dois regimes: escoamento em quedas sucessivas (*nappe flow*) e escoamento deslizante sobre turbilhões (*skimming flow*). Logo depois, os autores Ohtsu e Yasuda (1997) sugeriram uma terceira classificação, o regime de escoamento de transição (*transition flow*), embora não tenham apresentado suas características,



foram os primeiros a citar sua ocorrência (CHANSON; TOOMBES, 2004).

Após alguns estudos e verificações de resultados encontrados em experimentos, Chanson (2002) propôs uma classificação baseada em três regimes principais: (i) escoamento em quedas sucessivas, (ii) escoamento de transição e (iii) escoamento deslizante sobre turbilhões. Chanson (2002) também definiu pelo menos dois sub-regimes para cada tipo de regime.

### 3.3 Regimes de Escoamento em Canais com Degraus

Os três tipos principais de regimes de escoamento, visualmente, se diferenciam pela presença de ar entre partes do escoamento de água, perfil da superfície livre e ocorrência de escoamentos secundários. No escoamento em quedas sucessivas é observada a formação de regiões preenchidas com ar abaixo das lâminas vertentes em todos os degraus, sendo que as características do jato são condicionadas à altura dos degraus e às condições de aeração. Abaixo dessa região gasosa, entre o espelho e o ponto de impacto do jato, ocorre um escoamento secundário com recirculação. No regime de transição alguns degraus são preenchidos e outros não por bolsas de ar, possuindo oscilações na superfície e intensos respingos. Se diferenciando dos demais, o escoamento deslizante sobre turbilhões não desenvolve o acúmulo de ar entre degraus e a superfície possui ondulações que não refletem a geometria dos degraus. Além disso, há a formação de grandes vórtices entre os degraus (CHANSON, 2002).

Os tipos de regimes de escoamento foram estudados por meio de ensaios experimentais em modelos reduzidos por Chanson (1994a), Chamani e Rajaratnam (1999), Chanson (2001), Ohtsu *et al.* (2001), Boes e Hager (2003), Chinnarasri e Wongwise (2004) e Ohtsu *et al.* (2004), os quais buscaram definir equações, características hidráulicas e critérios de ocorrência dos diferentes tipos de regime.

Simões *et al.* (2011), buscando confrontar os resultados e delinear os limites entre os tipos de regimes de escoamento, fizeram uma comparação e reuniram num gráfico (Figura 4) os dados experimentais encontrados pelos autores citados na legenda. As análises foram realizadas por meio dos adimensionais  $s/h_c$  em função de  $s/l$ , em que,  $s$  é a altura do degrau,  $h_c$  a altura crítica, que por sua vez, depende da vazão específica, e  $l$  corresponde ao comprimento do piso do degrau.

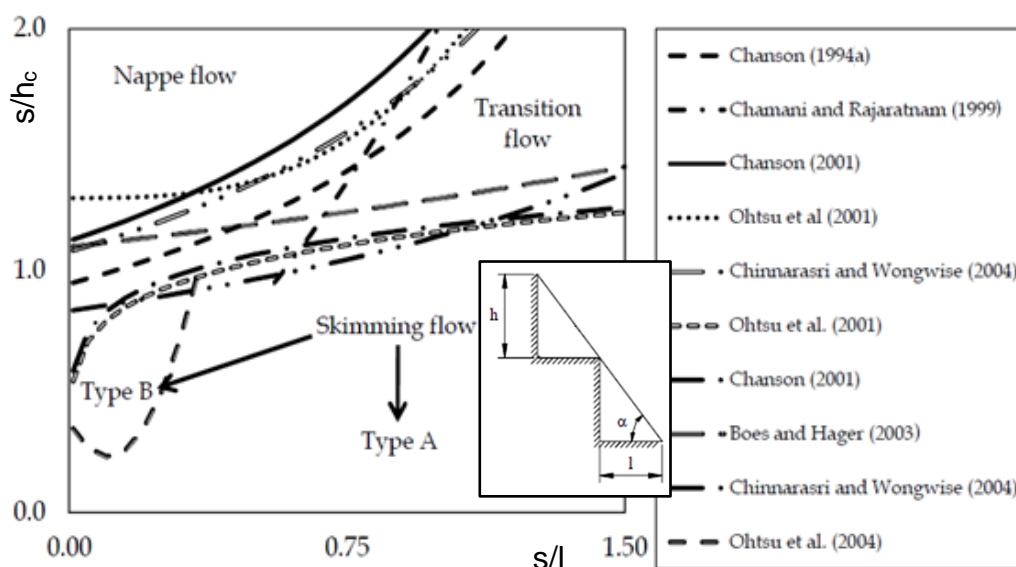


Figura 4 - Classificação dos tipos de escoamento  
 Fonte: Simões *et al.* (2011).

A Figura 4 mostra que em determinadas regiões do gráfico o tipo de regime de escoamento está bem definido, onde a mudança do regime de escoamento em quedas sucessivas para um escoamento de transição e em seguida para um escoamento deslizante sobre turbilhões, numa estrutura hidráulica com geometria uniforme, pode acontecer por meio do aumento da vazão específica ou da declividade do canal. Por outro lado, nota-se também que as curvas não coincidem exatamente, apresentando, em alguns casos, diferenças significativas. Isto se deve a elevada turbulência atrelada aos escoamentos em canais em degraus, condição que dificulta sobremaneira a determinação precisa de limiares dessa natureza.

### 3.3.1 Escoamento Deslizante sobre Turbilhões

O regime de escoamento deslizante sobre turbilhões ocorre para valores de  $h/h_c$  abaixo dos limites inferiores apresentados para o regime de transição. Acontecem predominantemente em estruturas hidráulicas de declividade acentuada que operam com vazões específicas altas, conforme pode ser observado na Figura 4.

Este regime se constitui na formação de um pseudo fundo formado pelos cantos externos dos degraus, onde acima a água desliza (escoamento principal) e abaixo se formam os vórtices, os quais são mantidos por meio da transmissão de esforços cisalhantes do escoamento principal. O regime começa a se estabelecer e pode ser observado quando a cavidade de ar embaixo das quedas livres, característica do

escoamento em quedas sucessivas, desaparece e quando as ondulações da superfície passam a não refletir a geometria dos degraus (CHANSON, 2002).

A partir da análise da estabilidade dos vórtices formados entre os degraus, Chanson (2002) classificou o regime de escoamento deslizante sobre turbilhões em três sub-regimes:

- a) SK1: escoamento com recirculação instável com interferência esteira-degrau. Ocorre em estruturas de menores declividades, onde a superfície livre possui ondulações. A cavidade abaixo do pseudo fundo é extensa, causando a formação de vórtice instável e de forças de arrasto/ cisalhamento no degrau pela interferência esteira-degrau, como ilustrado na Figura 5.
- b) SK2: escoamento com recirculação instável com interferência esteira-esteira. Se desenvolve para declividades maiores em relação às que produzem o SK1, é observado em ângulos entre  $12^\circ < \alpha < 15^\circ$  a  $15^\circ < \alpha < 25^\circ$ , tem superfície livre menos ondulada e cavidade abaixo do pseudo fundo menos alongada. A esteira formada em um degrau interfere na próxima esteira e as forças de arrasto/cisalhamento desaparecem do degrau. Esse sub-regime é ilustrado na Figura 6.
- c) SK3: escoamento com recirculação estável. É característico de estruturas mais íngremes, possui superfície livre quase sem ondulações e formação de grandes vórtices bidimensionais na região abaixo do pseudo fundo, como na Figura 7.

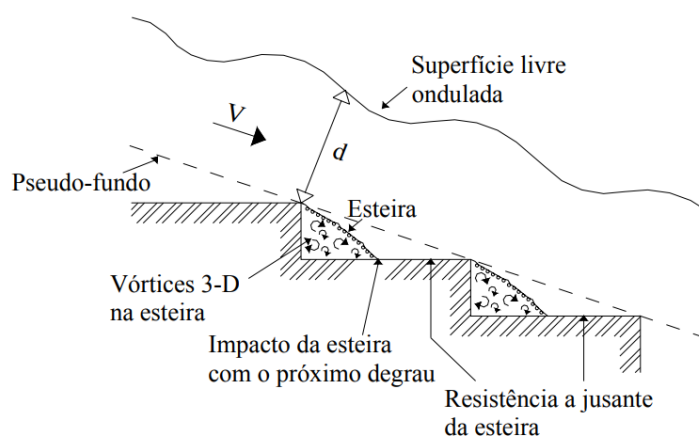


Figura 5 - Recirculação instável com interferência esteira-degrau (SK1)  
Fonte: Chanson (2002).

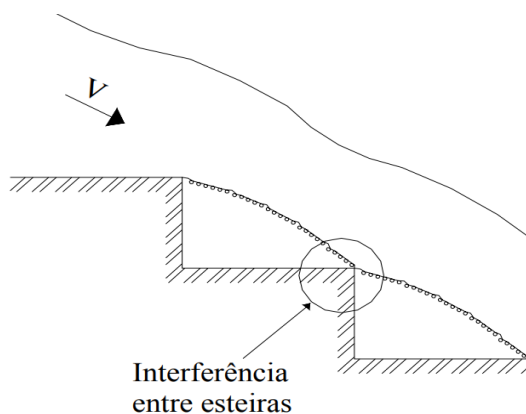


Figura 6 - Recirculação instável com interferência esteira-esteira (SK2)  
Fonte: Chanson (2002).

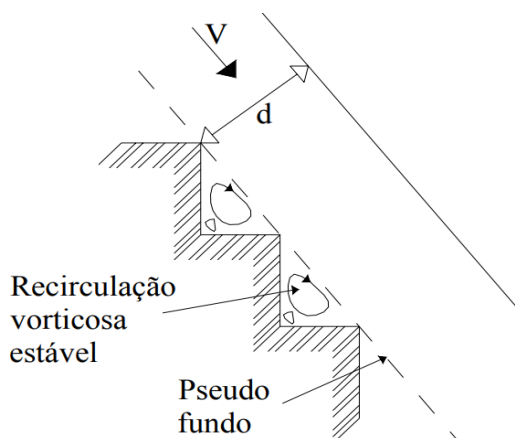


Figura 7 - Escoamento com recirculação estável (SK3)  
Fonte: Chanson (2002).

Ohtsu *et al.* (2004), por meio de estudo experimental, demonstraram que os escoamentos deslizantes sobre turbilhões também podem apresentar características diferentes em função dos adimensionais  $s/h_c$  e  $s/l$ , declividade. Neste contexto, Ohtsu *et al.* (2004) subdividiram o regime de escoamento deslizante sobre turbilhões em dois tipos, tendo apresentado a seguinte descrição:

- a) Perfil Tipo A ( $19^\circ < \alpha \leq 55^\circ$ ): o escoamento quase-uniforme apresenta o perfil longitudinal da superfície livre praticamente independente do adimensional  $s/h_c$  e é aproximadamente paralelo ao pseudo fundo.
- b) Perfil Tipo B ( $5,7^\circ \leq \alpha \leq 19^\circ$ ): o perfil longitudinal da superfície livre não é paralelo ao pseudo fundo, apresentando alturas de escoamento variadas entre os degraus, podendo assumir certo paralelismo com o piso do degrau em um trecho curto. Esse sub-regime corresponde a valores de  $s/h_c$  maiores quando comparados ao do perfil tipo A.

A partir da comparação feita por Gonzalez e Chanson (2007) entre as classificações propostas para os escoamentos deslizante sobre turbilhões, menciona-se que foi encontrada equivalência entre o sub-regime SK1 ao Perfil Tipo A e o sub-regime SK2 ao Perfil Tipo B.

### 3.3.2 Escoamento de Transição

Com a redução da vazão específica do regime de escoamento deslizante sobre turbilhões, permanecendo as condições geométricas do canal em degraus, obtém-se o regime de escoamento de transição.

O escoamento de transição, segundo Chanson (2002), é caracterizado por apresentar recirculação de água entre degraus com pequena cavidade de ar próxima à face superior do espelho do degrau, formando superfície livre ondulada e respingos de água na área de impacto do jato no piso do degrau.

Neste tipo de regime, já começa a aparecer a influência da queda do jato sobre o piso do degrau e é possível observar um ponto de estagnação, como pode ser visualizado na Figura 8. O ponto de estagnação é o local onde a velocidade é igual a zero, sendo caracterizado também pela elevação da pressão. Considera-se que este ponto divide o escoamento em duas regiões. A região de escoamento recirculante, situada a montante do ponto de estagnação, e a região de escoamento supercrítico, localizado a jusante dele (SIMÕES, 2008; LIN *et al.*, 2007).

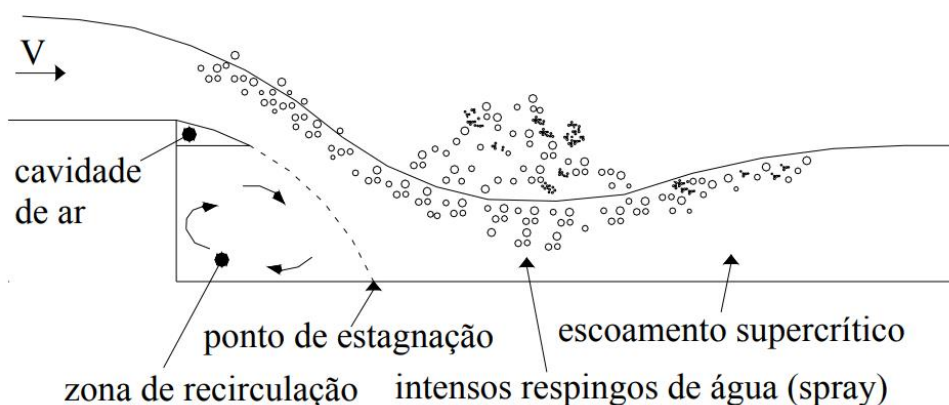


Figura 8 - Características do escoamento de transição  
Fonte: adaptado de Chanson (2002).

O escoamento de transição tem características bem distintas dos escoamentos em quedas sucessivas e deslizante sobre turbilhões. É um tipo de escoamento instável

de comportamento caótico, com forte areação, pulverização (*spray*) e respingos de água próximo à superfície livre do escoamento, que apresenta flutuações hidrodinâmicas que podem gerar esforços adicionais sobre a estrutura do degrau (CHANSON; TOOMBES, 2004).

Chanson e Toombes (2004) subdividiram o escoamento de transição em dois sub-regimes:

- TRA1: escoamento que se desenvolve relativamente para pequenas descargas e é caracterizado pela formação de cavidades de ar de tamanho variável sobre os degraus. As cavidades de ar aparecem de maneira irregular a jusante do ponto de incipiência da aeração, como ilustrado na Figura 9.
- TRA2: esse sub-regime ocorre para vazões maiores, numa alternância de cavidades de ar com dimensões variadas e vórtices aerados entre os degraus, que se formam a jusante do ponto de incipiência da aeração, como indicado na Figura 10. Os autores notaram também que a distribuição da fração volumétrica de ar apresenta uma forma diferente da observada para o sub-regime TRA1.

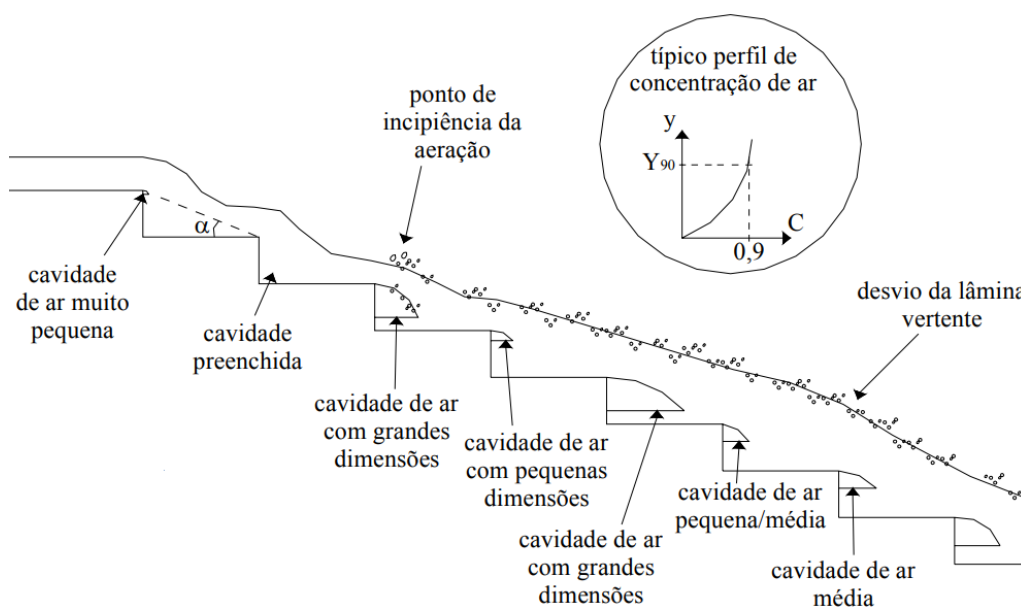


Figura 9 - Escoamento de transição (TRA1)  
Fonte: adaptado de Chanson e Toombes (2004).

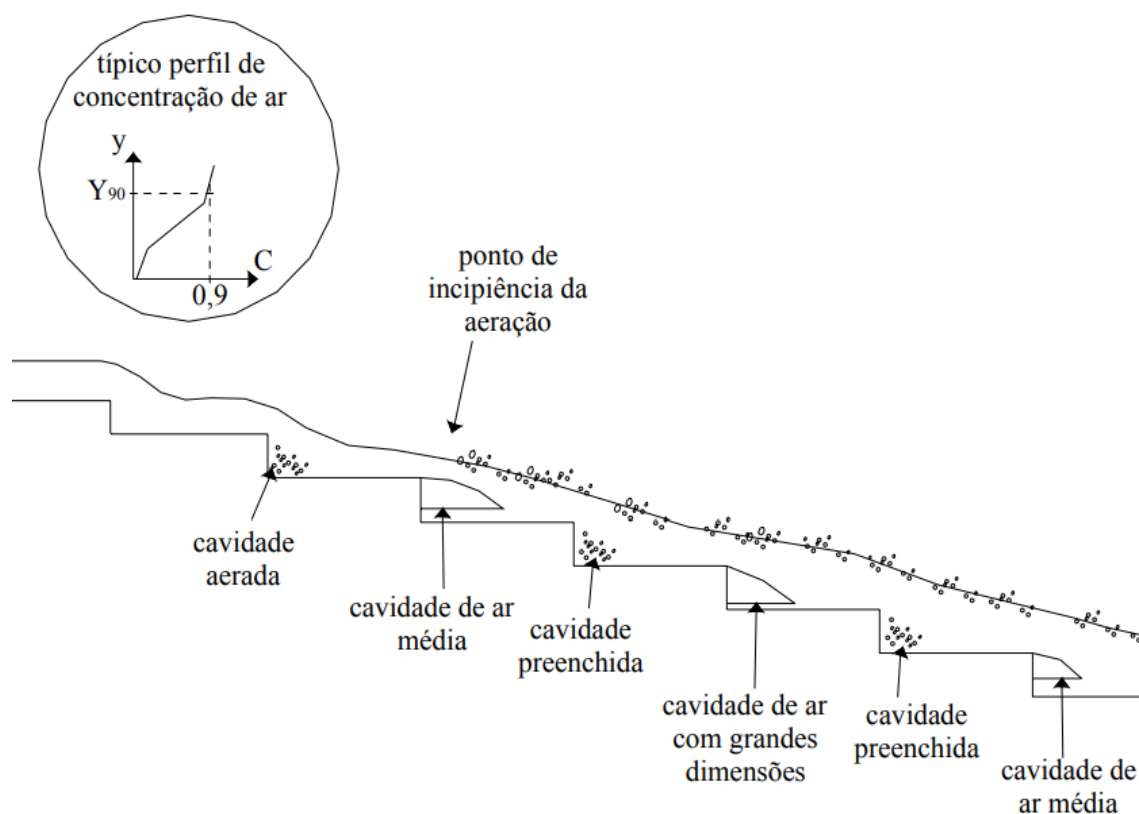


Figura 10 - Escoamento de transição (TRA2)  
 Fonte: adaptado de Chanson e Toombes (2004).

### 3.3.3 Escoamento em Quedas Sucessivas

O regime de escoamento em quedas sucessivas é constituído por uma sucessão de quedas livres do jato d'água e pela formação parcial ou total do ressalto hidráulico sobre os degraus (RAJARATNAM, 1990). O fluido esco numa série de mergulhos de um degrau a outro, onde pode ser vista a formação de uma bolsa de ar sob a lâmina líquida em todos os degraus, desde que haja condições para aeração da parte inferior da lâmina vertente, evitando que a mesma fique aderida ao espelho do degrau (SIMÕES, 2012).

Esse tipo de regime ocorre em estruturas de degraus longos, declividades e vazões específicas baixas (CHANSON, 1994a). É comumente estabelecido em estruturas de drenagem urbana, escadas de talude em rodovias, estações de tratamento de esgoto, escadarias de transposição de peixes, estruturas ornamentais, escadarias utilizadas por pedestres em bairros situados em encostas, conhecidas como escadarias drenantes, e em vertedouros de barragens com degraus de grandes dimensões (SIMÕES, 2012).

Estudos sistemáticos sobre escoamentos em quedas sucessivas ou sobre apenas um degrau têm sido realizados desde Rouse (1936), que inicialmente apresentou uma relação adimensional entre a altura de escoamento na extremidade do degrau,  $h_b$ , e a altura crítica,  $h_c$ , dada pela equação  $h_b/h_c = 0,715$ . Mais tarde, Moore (1943) investigou experimentalmente escoamentos subcríticos e a energia dissipada por um degrau, tendo relacionado a perda de carga na queda com a altura do degrau. No mesmo período, White (1943) desenvolveu uma solução teórica para prever a perda de carga e propôs expressões baseadas nas equações de conservação de massa e quantidade de movimento.

Em 1955, Rand (1955) apresentou uma metodologia de projeto em seu doutorado desenvolvido na Universidade de Karlsruhe. Ele realizou experimentos com escoamentos sobre um degrau e, a partir dos seus resultados em conjunto com os de Moore (1943), apresentou equações empíricas por meio do parâmetro adimensional  $D = h_c/h$  para descrever as características da queda livre.

No entanto, nas últimas décadas poucos estudos experimentais foram desenvolvidos para este tipo de regime quando comparado ao escoamento deslizante sobre turbilhões. As principais pesquisas realizadas, que contribuíram com importantes parâmetros para a caracterização do regime em função das variáveis hidráulicas e geométricas, foram resumidas no Quadro 1. Além disso, esses estudos colaboraram para a descrição dos perfis da superfície livre e possíveis oscilações da lâmina vertente, auxiliaram nos cálculos de concentração de ar, energia dissipada, pressões médias e de flutuações de pressão.

Quadro 1 – Estudos experimentais em escoamentos em quedas sucessivas

Referências	Padrões de escoamento	Mudança de regime de escoamento	Dissipação de energia	Propriedades do escoamento de ar e água	Aeração	Comentários
Horner (1969); Essery e Horner (1978)	✓	✓	✓			Degraus planos e inclinados.
Essery <i>et al.</i> (1978)					✓	Degraus planos e inclinados.
Stephenson (1979)			✓			Vertedor em degraus de Gabião.



Referências	Padrões de escoamento	Mudança de regime de escoamento	Dissipação de energia	Propriedades do escoamento de ar e água	Aeração	Comentários
Sorensen (1985)	✓		✓			Modelo da Barragem Monksville.
Stephenson (1991)			✓			Modelo do Vale de Kennedy's.
Peyras <i>et al.</i> (1992)	✓		✓			Vertedor em degraus de Gabião com várias modificações.
Pinheiro e Fael (2000)	✓	✓	✓			Dados de vários degraus.
Chanson e Toombes (2002)	✓		✓	✓		
Chinnarasri e Wongwises (2004)	✓	✓	✓			Degraus inclinados para cima, pisos em aclives.
Toombes e Chanson (2005)				✓	✓	Dados de vários e um degrau.
Takahashi <i>et al.</i> (2007)			✓	✓		Dimensões conforme Ohtsu <i>et al.</i> (2004).
Baylar <i>et al.</i> (2007)		✓			✓	
Toombes e Chanson (2008a, b)	✓			✓		Dados de vários e um degrau.
Jahromi <i>et al.</i> (2008)	✓		✓			Dados de vários degraus.
Renna e Fratino (2010)	✓	✓	✓			
Khalaf <i>et al.</i> (2014)	✓	✓	✓			Seção transversal do canal semicircular.

Referências	Padrões de escoamento	Mudança de regime de escoamento	Dissipação de energia	Propriedades do escoamento de ar e água	Aeração	Comentários
Felder <i>et al.</i> (2019)	✓		✓	✓	✓	Degrau horizontal de alvenaria.

Fonte: adaptado de Felder *et al.* (2019)

A expressão da trajetória do escoamento em quedas sucessivas num degrau na horizontal pode ser deduzida a partir das equações de conservação de massa e da equação da quantidade de movimento (ou Segunda Lei de Newton) (CHANSON, 1994a).

Na modelagem do escoamento, considerando o escoamento aerado com bordas do jato não se desintegrando em pulverização, direção do escoamento à beira do degrau sendo quase horizontal, desprezando as forças de cisalhamento nas superfícies e supondo que a velocidade é constante no volume de controle, Chanson (2002) obteve as equações (1 a 6). O autor também afirma que as expressões são válidas para qualquer tipo de condições de entrada e escoamentos lentos ou rápidos. O tempo para o jato alcançar a superfície livre no degrau seguinte,  $T$ , a espessura do jato,  $d_i$ , e a sua velocidade,  $V_i$ , na posição de intercessão com o escoamento de recepção, e o ângulo formado na cavidade de ar entre o jato e a horizontal,  $\theta$ , podem ser calculados pelas seguintes equações, apresentadas por Chanson (2002):

$$d_p = -\left(\frac{1}{2}\right) * g * T^2 + \left(s + \frac{h_b}{2}\right) \quad (1)$$

$$\frac{d_i}{h_c} = \left[ \left(\frac{h_c}{h_b}\right)^2 + 2 \frac{s + \frac{h_b}{2} - d_p}{h_c} \right]^{-1/2} \quad (2)$$

$$\frac{V_i}{V_c} = \sqrt{\left(\frac{h_c}{h_b}\right)^2 + 2 \frac{s + \frac{h_b}{2} - d_p}{h_c}} \quad (3)$$

$$\frac{L_d}{s} = \left(\frac{h_c}{s}\right)^{3/2} * \sqrt{\frac{s}{h_b}} * \sqrt{1 + 2 \frac{s}{h_b}} \quad (4)$$

$$\tan \theta = \sqrt{2} * \sqrt{\frac{h_b}{h_c}} * \sqrt{\frac{s + \frac{h_b}{2} - d_p}{h_c}} \quad (5)$$

$$\frac{d_p}{d_i} = \sqrt{1 + 2 \frac{V_i^2}{g d_i} (1 - \cos \theta)} \quad (6)$$

Nas quedas sucessivas, o escoamento pode ser supercrítico e subcrítico ou inteiramente supercrítico no piso dos degraus. De acordo Felder *et al.* (2019), a maioria dos escoamentos nestas condições ocorrem sem ressalto hidráulicos, sendo supercríticos em todo o canal. Quando acontece o primeiro caso, o ressalto hidráulico aparece logo após o ponto de impacto do jato (PEYRAS *et al.*, 1992).

Chanson (1994a), observando o comportamento dos escoamentos quanto a formação de ressalto hidráulico, subdividiu o regime em três tipos: (i) escoamento com ressalto hidráulico plenamente desenvolvido (NA1), (ii) escoamento com ressalto hidráulico parcialmente desenvolvido (NA2) e (iii) escoamento sem ressalto hidráulico (NA3).

A ocorrência do sub-regime NA1 foi estudado por Chanson (1994a), que avaliou o alcance do jato ( $L_d$ ) e o comprimento do ressalto ( $L_r$ ) num intervalo  $0,2 \leq s/l \leq 6$ , em degraus com pisos horizontais. O autor apresentou o limite de ocorrência para o sub-regime NA1 equação 7. Nos canais com declividades relativamente altas ( $s/l > 0,5$ ), foi verificado que o sub-regime NA1 só ocorrerá para vazões muito pequenas, de tal maneira que o aumento da vazão provocaria o desaparecimento do ressalto hidráulico pelo seu deslocamento para jusante a uma distância que supera o comprimento do piso do degrau.

$$\frac{h_c}{s} < 0,0916 \left(\frac{s}{l}\right)^{-1,276} \quad (7)$$

Chanson (2002), buscando definir os limites de transição entre os sub-regimes em quedas sucessivas, comparou dados experimentais encontrados por Horner (1969), Pinheiro e Fael (2000) e a equação (7), relativos a degraus com pisos na horizontal e em aclave para escoamento em transição NA2-NA3. Como resultado, a Figura 11 mostra a transição entre os sub-regimes NA2 e NA3, e o limite para ocorrência do sub-regime NA1.

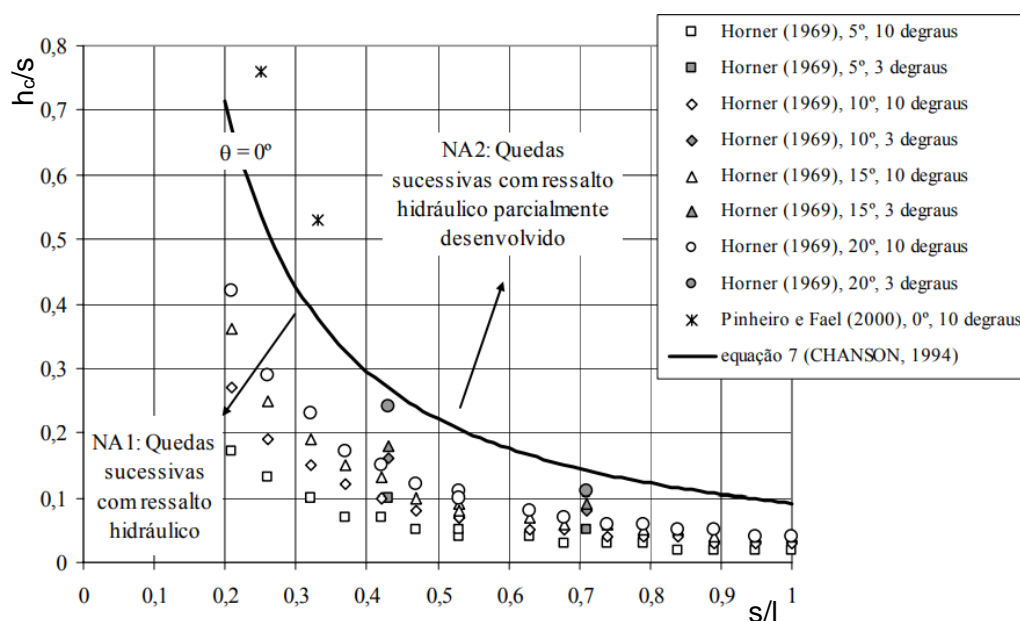


Figura 11 - Transição entre NA2 e NA3 e limite para ocorrência do NA1  
Fonte: Adaptado de Chanson (2002).

### 3.3.3.1 Escoamentos com ressalto hidráulico (NA1)

O escoamento em quedas sucessivas com ressalto hidráulico plenamente desenvolvido é caracterizado pela ocorrência da profundidade crítica a montante da extremidade final do piso do degrau (CHANSON, 2002). Neste tipo de sub-regime, as condições de escoamento nas proximidades da beira do degrau são modificadas, passando de subcrítico para crítico e para supercrítico.

De acordo Felder *et al.* (2019), os escoamentos em quedas sucessivas com ressalto hidráulico são regulares e apresentam um padrão monofásico a montante de cada uma das bordas dos degraus, seguidos de jatos bidimensionais que colidem nas faces dos degraus seguintes. Os autores comentam que o impacto do jato produz uma pequena aeração, além do preenchimento com uma pequena camada de água abaixo do jato e, a jusante deste, ocorre um ressalto e a consequente transição do escoamento supercrítico para subcrítico.

A profundidade crítica se estabelece, segundo Chow (1959), numa distância da quina do degrau de aproximadamente  $3h_c$  a  $4h_c$  e pode ser calculada pela equação 8, apresentada por Rouse (1936) que relaciona  $h_c$  e a altura de escoamento situada em cima da quina do degrau ( $h_b$ ):

$$h_b = 0,715 h_c \quad (8)$$

A Figura 12 apresenta o desenho esquemático do escoamento em quedas sucessivas com ressalto hidráulico plenamente desenvolvido, com a indicação das variáveis relevantes.

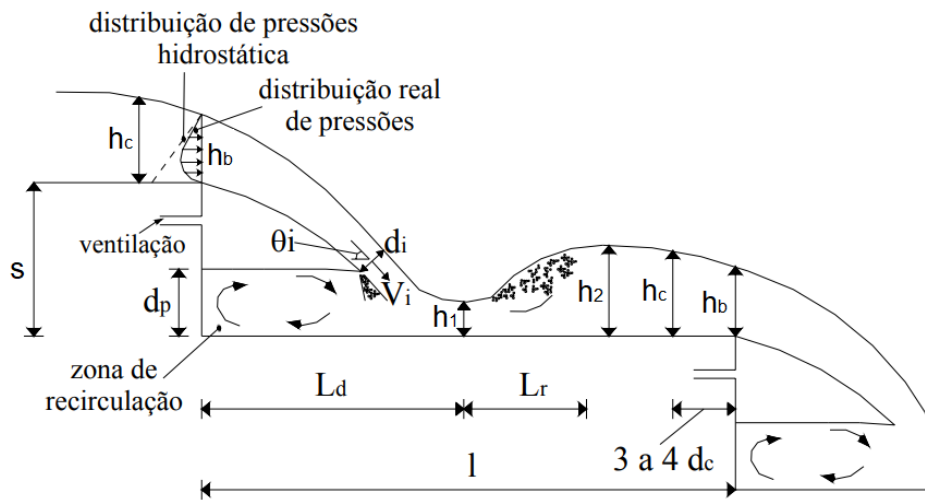


Figura 12 - Desenho esquemático do escoamento em quedas sucessivas com ressalto hidráulico plenamente desenvolvido (NA1).  
Fonte: Simões (2008).

Nas estruturas com pisos horizontais e lâmina vertente arejada, Rand (1995) e Chanson (2002) recomendam o uso das equações de 9 a 12 para o cálculo das variáveis  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $d_p$  e  $L_d$ .

$$\frac{h_1}{s} = 0,54 \left( \frac{h_c}{s} \right)^{1,275} \quad (9)$$

$$\frac{h_2}{s} = 1,66 \left( \frac{h_c}{s} \right)^{0,81} \quad (10)$$

$$\frac{d_p}{s} = \left( \frac{h_c}{s} \right)^{0,66} \quad (11)$$

$$\frac{L_d}{s} = 4,30 \left( \frac{h_c}{s} \right)^{0,81} \quad (12)$$

Para o cálculo da espessura e da inclinação da lâmina vertente na interseção entre a zona de recirculação e o jato, Chanson (2002) indica as equações 13 e 14.

$$\frac{d_i}{s} = 0,687 \left( \frac{h_c}{s} \right)^{1,483} \quad (13)$$

$$\tan \theta = 0,838 \left( \frac{h_c}{s} \right)^{-0,586} \quad (14)$$

O comprimento do ressalto ( $L_r$ ) pode ser obtido de diferentes maneiras na literatura. Diante de numerosos estudos sem um consenso sobre a definição desta variável, Simões (2008) recomenda a utilização dos dados dos trabalhos desenvolvidos por Bradley e Peterka (1957) e Hager *et al.* (1990) para seu cálculo. A equação 15 foi formulada com base em experimentos de ressalto hidráulico estabelecido a jusante de uma comporta e distribuição de pressões aproximadamente hidrostática.

$$\frac{L_r}{h_1} = \alpha_r \operatorname{tgh} \left( \frac{Fr_1}{\alpha_r} \right) - 12 \quad (15)$$

Onde a variável  $\alpha_r$  depende da razão entre o conjugado supercrítico e a largura do canal, sendo que  $\alpha_r = 20$  se  $h_1/B < 0,1$  e  $\alpha_r = 12,5$  se  $0,1 \leq h_1/B \leq 0,7$ , a função  $\operatorname{tgh}$  é a tangente hiperbólica e  $Fr_1$  o número de Froude na seção de escoamento supercrítico.

Nos escoamentos NA1, se o ressalto estiver localizado próximo do local de impacto do jato com o piso (onde a distribuição de pressões não é hidrostática), o comprimento do rolo poderá ser diferente do calculado por esta equação (SIMÕES, 2008).

### 3.3.3.2 Escoamento com ressalto hidráulico parcialmente desenvolvido (NA2)

O escoamento com ressalto hidráulico parcialmente (NA2) é estabelecido quando a extensão do piso do degrau for menor que a soma do alcance do jato e do comprimento do ressalto, onde o fluxo não colide totalmente na superfície do degrau e se dispersa com considerável turbulência (PEYRAS *et al.*, 1992). Neste caso, apenas uma parte do ressalto ocorre no piso do degrau, não sendo possível originar um escoamento com ressalto hidráulico plenamente desenvolvido, ver Figura 13.

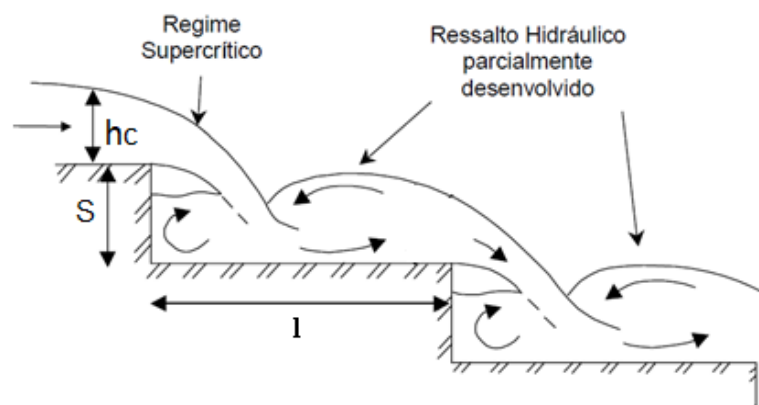


Figura 13 - Escoamento em quedas sucessivas: ressalto hidráulico parcialmente desenvolvido (NA2).

Fonte: adaptado de Chanson (2002).

De acordo com Peyras *et al.* (1992), para uma avaliação preliminar, as equações de Rand (1955) destinadas ao sub-regime NA1 podem ser aplicadas ao sub-regime (NA2). A literatura sobre esse sub-regime apresenta lacunas em relação ao posicionamento do ressalto hidráulico, especialmente em relação à fração que permanece sobre o piso.

### 3.3.3.3 Escoamento sem ressalto hidráulico (NA3)

O sub-regime em quedas sucessivas sem formação de ressalto ocorre para vazões relativamente mais altas e em canais com pisos mais curtos ou em aclave, possui características que impossibilita a formação do ressalto hidráulico. Os escoamentos apresentam uma sucessão de jatos aproximadamente semelhantes e totalmente ventilados desde que existam aeradores construídos na borda superior de cada espelho, podendo ser observadas instabilidades, aeração ao longo do escoamento e recirculação abaixo do jato (CHANSON, 2002; FELDER *et al.*, 2019).

O escoamento principal é supercrítico ao longo do canal e possui características tridimensionais com região a jusante do impacto do jato no piso altamente aerada, onde as condições críticas não são observadas próximas a lâmina vertente do degrau, como ilustrado na Figura 14. São escoamentos que possuem comportamento parecidos aos escoamentos de transição (CHANSON, 2002).

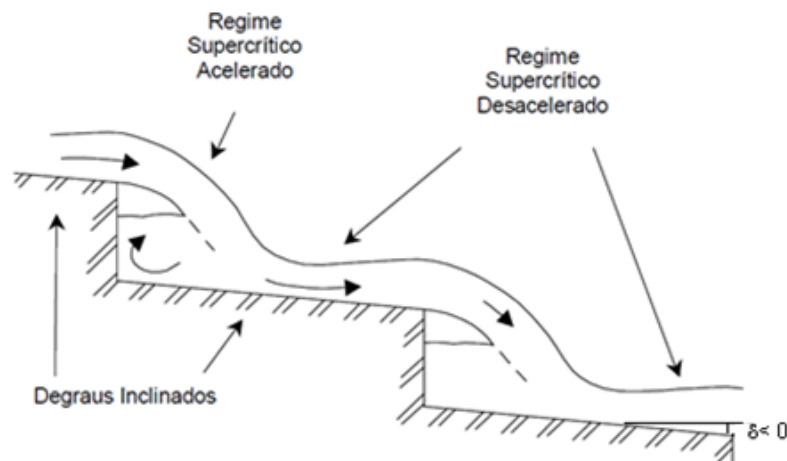


Figura 14 - Escoamento em quedas sucessivas: sem ressalto hidráulico (NA3)  
Fonte: Adaptado de Chanson (2002).

As características da trajetória dos jatos produzidos com a ocorrência deste regime podem ser estimadas utilizando-se as equações 1 a 8. No entanto, por conta das instabilidades proporcionadas pelo tipo de escoamento é recomendado que as propriedades hidráulicas sejam estudadas rigorosamente (CHANSON, 2002).

Nos escoamentos em quedas sucessivas sem ressalto hidráulico, em cada queda, o impacto produz *spray* (gotículas de água dispersas no ar) e propagação de ondas de choque oblíquas (ondas cruzadas) que se interceptam mais a jusante na linha central do canal. Na parede lateral são observadas ondas estacionárias com a altura máxima tão grande quanto à altura do degrau (CHANSON, 1998).

A Figura 15 demonstra esquematicamente a direção e propagação das ondas de choques oblíquas.

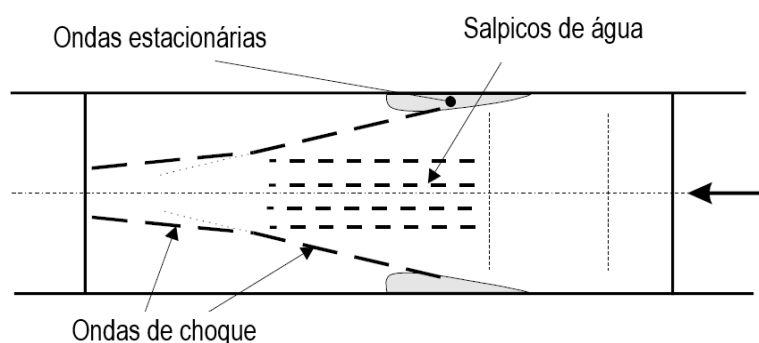


Figura 15 – Propagação de ondas em escoamento sem ressalto hidráulico (NA3)  
Fonte: Adaptado de Chanson (1998).

Chanson (2002) analisou alguns resultados de pesquisas realizadas por Horner (1969) e no laboratório da Universidade de Queensland, na Austrália, e apontou que os escoamentos até o primeiro degrau apresentaram características bidimensionais e



pouca incorporação de ar. O autor comenta que na primeira queda livre, sobre o segundo degrau, a jusante do local de impacto, foi desenvolvida uma intensa turbulência. No degrau 2 e algumas vezes no degrau 4, destacou-se o desenvolvimento de ondas de choque, além da presença de ondas transversais no degrau 3.

A partir do primeiro até o terceiro ou quarto degrau, Chanson (2002) classificou o escoamento em rapidamente variado e nomeou a região de zona de estabelecimento do escoamento. Nos degraus da zona de estabelecimento do escoamento foram observadas ondas de choque e ondas posicionadas nos muros laterais num padrão tridimensional. Na sequência, nos degraus seguintes, a jusante desta zona, o escoamento se modifica para gradualmente variado com características distintas entre os degraus, definida anteriormente por Horner (1969) como zona de escoamento uniforme.

Para os casos de degraus em aclave, Horner (1969) ainda destaca que pode acontecer a zona chamada de categoria de transição, a qual é caracterizada por possuir escoamento supercrítico nos primeiros degraus, região com escoamento em quedas sucessivas sem ressalto hidráulico, seguido por região do tipo de sub-regime NA1 ou NA2.

A Figura 16 apresenta o esquema longitudinal da superfície livre e a fragmentação do escoamento NA3 em três regiões, classificação proposta por Chanson (2002).

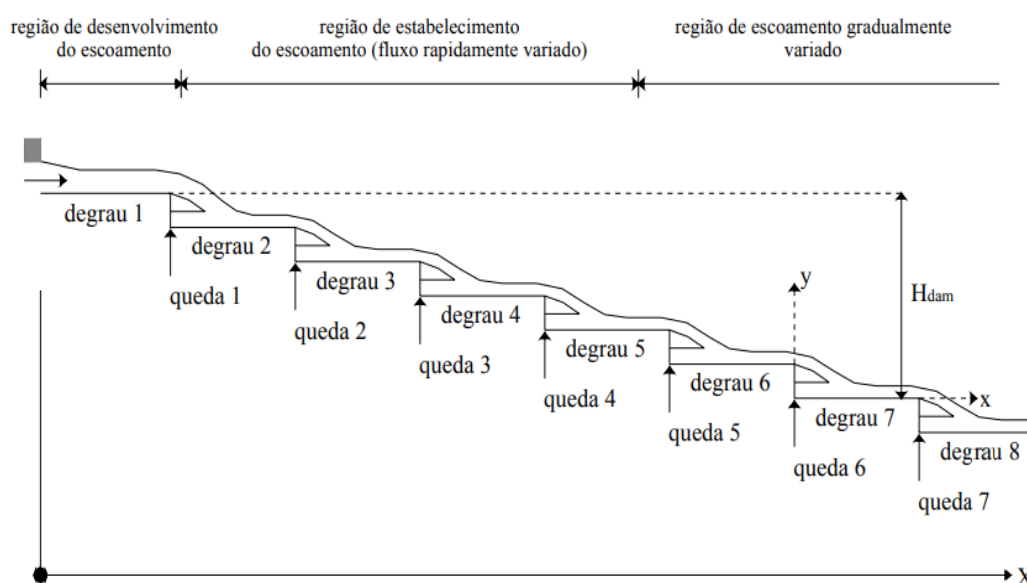


Figura 16 - Escoamento sem ressalto hidráulico (NA3)  
Fonte: adaptado de Chanson (2002) *apud* Simões (2008).

### 3.3.3.4 Dissipação de Energia

Os escoamentos em canais e vertedouros em degraus ocorrem com elevados números de Reynolds. Considerando o escoamento em quedas sucessivas, além do cisalhamento associado à interação entre a água e o contorno sólido, autores como Rajaratnam (1990), Peyras *et al.* (1992) e Chanson (2002) apresentaram dados experimentais que indicam a ocorrência de dissipação de energia associada à formação de ressaltos hidráulicos sobre os pisos, ao impacto do jato com o piso ou o próprio escoamento que recebe o jato, recirculação abaixo do jato e sua dispersão no ar.

Quando se trata do escoamento deslizante sobre turbilhões, observações experimentais realizadas por Tozzi (1992), Sanagiotto (2003), Dai Prá (2004) e Simões (2012), entre outros autores, mostram que ocorre um escoamento principal sobre os degraus, que funcionam como se fossem uma macro rugosidade. Entre degraus se estabelecem grandes vórtices mantidos devido à interação cisalhante com o escoamento principal. A superfície livre em posições mais a montante geralmente é lisa e bem definida, uma vez que há apenas água escoando e a camada limite apresenta espessura inferior à altura de escoamento. Na posição em que a camada limite apresenta espessura igual à altura de escoamento, a intensa turbulência desenvolvida em seu interior produz oscilações na superfície livre que resultam na incorporação de ar através da formação de pequenas ondas e os seus correspondentes tombamentos, além de ejeções e reentradas de gotas e volumes líquidos disformes (SIMÕES, 2012).

Cada um dos fenômenos descritos contribui para a ocorrência da dissipação de energia sob a forma de calor. De maneira simplificada, em uma abordagem macroscópica, nas estruturas escalonadas a perda de carga total é igual a diferença entre a carga hidráulica total a montante ( $H_{máx}$ ) e a carga residual ( $H_{res}$ ) no final do canal. O seu cálculo pode ser realizado utilizando a equação da energia para um volume de controle com uma entrada e uma saída, admitindo condições críticas no início do canal, escrita com a seguinte forma (equação 16) (SORENSEN, 1985):

$$Z_m + \frac{3}{2} h_c = Z_j + h_b + \frac{q^2}{2gh_b^2} + \Delta H \quad (16)$$

A variável  $Z_m$  corresponde à cota geométrica do patamar superior (ou a crista do

vertedor) e  $Z_j$  é a cota de um piso qualquer abaixo do patamar superior, sendo  $Z_m - Z_j = Z$  e  $H_{m\acute{a}x} = Z + 1,5h_c$ , conforme apresentado no desenho esquemático na Figura 17.

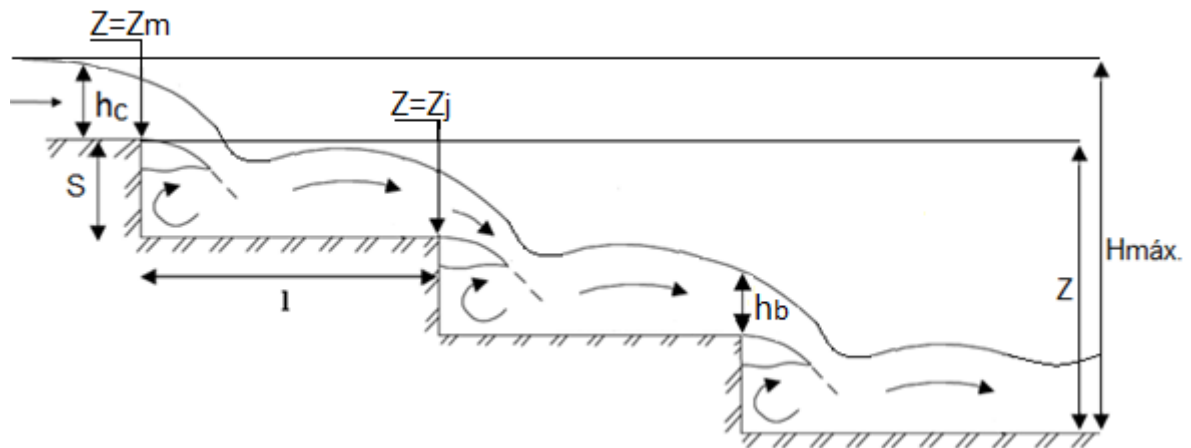


Figura 17 – Desenho Esquemático de um escoamento em quedas sucessivas.

Considerando o plano horizontal de referência no patamar superior ( $Z_m = 0$ ) e o eixo vertical  $Z$  positivo quando aponta para baixo,  $h_b$  a altura de escoamento na extremidade do piso,  $q$  a vazão específica ( $h_c^3 = q^2/g$ ),  $g$  a aceleração da gravidade igual ( $9,8 \text{ m/s}^2$ ) e  $\Delta H$  a perda de carga, isolando  $\Delta H$  e dividindo por  $h_c$ , obtém-se a equação 17:

$$\frac{\Delta H}{h_c} = \frac{Z}{h_c} + \frac{3}{2} \left( \frac{h_b}{h_c} + \frac{h_c^2}{2h_b^2} \right) \quad (17)$$

A energia residual é  $H_{res} = Z + 1,5h_c - \Delta H$ , representada de forma adimensional na equação 18 (RAJARATNAM; CHAMANI, 1995):

$$\frac{H_{res}}{h_c} = \frac{h_b}{h_c} + \frac{h_c^2}{2h_b^2} \quad (18)$$

Equações adicionais, semelhantes às de Chanson (2002), para a perda de carga e energia residual podem ser escritas dividindo  $\Delta H$  por  $H_{m\acute{a}x} = Z + 1,5h_c$ , como apresentado a seguir, nas equações 19 e 20:

$$\frac{\Delta H}{H_{m\acute{a}x}} = 1 - \frac{\left( \frac{h_b}{h_c} + \frac{h_c^2}{2h_b^2} \right)}{\left( \frac{Z}{h_c} + \frac{3}{2} \right)} \quad (19)$$

$$\frac{H_{\text{res}}}{H_{\text{máx}}} = \frac{\left(\frac{h_b}{h_c} + \frac{h_c^2}{2h_b^2}\right)}{\left(\frac{Z}{h_c} + \frac{3}{2}\right)} \quad (20)$$

A energia dissipada nos escoamentos que incluem a formação de ressaltos hidráulicos sobre degraus com pisos horizontais e lâminas vertentes com a parte inferior bem arejada e em contato com a pressão atmosférica, tipo NA1, foi calculada por Chanson *et al.* (2015) empregando a equação de Rand (1955), válida para  $0,045 < h_c/s < 1$ , representada pela equação 21.

$$\frac{h_1}{s} = 0,54 \left(\frac{h_c}{s}\right)^{1,275} \quad (21)$$

Substituindo a equação 21 na equação 19 e considerando  $h_1 = h_b$ , obtém-se a equação 22 para uma estrutura sem comporta.

$$\frac{\Delta H}{H_{\text{máx}}} = 1 - \frac{0,54 \left(\frac{h_c}{s}\right)^{0,275} + 1,714 \left(\frac{h_c}{s}\right)^{-0,55}}{\left(\frac{Z}{h_c} + \frac{3}{2}\right)} \quad (22)$$

No caso de canais controlados por comportas posicionadas à montante, em que  $H_{\text{máx}} = Z + H_0$ , tem -se a equação 23.

$$\frac{\Delta H}{H_{\text{máx}}} = 1 - \frac{0,54 \left(\frac{h_c}{s}\right)^{0,275} + 1,714 \left(\frac{h_c}{s}\right)^{-0,55}}{\left(\frac{Z}{h_c} + \frac{H_0}{h_c}\right)} \quad (23)$$

Os escoamentos tipo NA2 são poucos conhecidos e pesquisados. Para a realização dos cálculos da perda de carga, Peyras *et al.* (1992) recomendam o uso das equações 16 a 23 em caráter preliminar, no entanto destacam a necessidade de estudos adicionais e mais criteriosos para a elaboração de projetos.

As equações 24 e 25 caracterizam a energia residual a jusante dos escoamentos NA3, as quais foram originadas por meio de dados experimentais de Horner (1969), canal com  $\alpha = 22,8^\circ$  e  $s = 0,45$  m, Pinheiro e Fael (2000), para dados de  $\alpha = 18^\circ$ ,  $\alpha = 14^\circ$  e  $s = 0,5$  m e Chanson (2002), com dados obtidos para  $\alpha = 3,4^\circ$  e  $s = 0,143$  m.

$$\frac{H_{res}}{h_c} = 6,0 \left( \frac{Z}{h_c} \right)^{-3,0} \quad (\text{para } 2 < Z/h_c < 20) \quad (24)$$

$$\frac{H_{res}}{h_c} = 3,34 \left( \frac{Z}{h_c} \right)^{-0,027} \quad (\text{para } 30 < Z/h_c < 75) \quad (25)$$

Felder *et al.* (2019), de forma distinta, analisando o desempenho da energia residual para o sub-regime NA3 em função da fração de vazio (C), numa faixa de descargas  $0,162 \leq h_c/s \leq 0,692$  e  $s = 0,5\text{m}$ , apresentou a equação 26.

$$H_{res} = \int_0^{Y_{90}} (1-C) h_y + \frac{q^2}{2 * g * \left( \int_0^{Y_{90}} (1-C) h_y \right)^2} \quad (26)$$

De maneira geral, sem fazer referência aos sub-regimes de escoamentos em quedas sucessivas, Chamani e Rajaratnam (1994) utilizando informações das pesquisas de Horner (1969), para  $0,421 \leq h/l \leq 0,842$ , sugeriram as equações 27 a 29. Os autores em suas expressões consideraram a existência de um parâmetro adimensional, o qual representa uma proporcionalidade na energia dissipada por degrau ( $\phi'$ ), e N a quantidade de degraus.

$$H_{res} = (1-\phi')^N (s+1,5h_c) + h \sum_{i=1}^{N-1} (1-\phi')^i \quad (27)$$

$$\frac{\Delta H}{H_{m\acute{a}x}} \approx 1 - \frac{(1-\phi')^N \left[ 1 + 1,5 \frac{h_c}{s} \right] + \sum_{i=1}^{N-1} (1-\phi')^i}{N + 1,5 \left( \frac{h_c}{s} \right)} \quad (28)$$

$$\phi' = a - b \log \left( \frac{h_c}{s} \right) \quad (29)$$

Onde os coeficientes a e b da equação de proporcionalidade da energia dissipada por degrau ( $\phi'$ ) podem ser encontrados pelas equações 30 e 31.

$$a = 0,30 - 0,35 \left( \frac{s}{l} \right) \quad (30)$$

$$b = 0,54 - 0,27 \left( \frac{s}{l} \right) \quad (31)$$

Observando as expressões encontradas pelos diferentes autores, referentes ao

regime de escoamento em quedas sucessivas, os quais relacionaram os adimensionais  $\Delta H/H_{\max}$ ,  $h_c/s$  e  $Z/h_c$ , foi possível identificar que a variação da energia dissipada tem relação direta com altura do canal em degraus e é inversamente proporcional a vazão.

A Figura 18 apresenta uma comparação dos resultados encontrados por Essery e Honner (1978), Pinheiro e Fael (2000), Chanson e Toombes (2002), Chinnarasri e Wongwises (2004), Renna e Fratino (2010), Felder *et al.* (2019), e pelas equações 22 e 27, anteriormente citadas, que foram desenvolvidas por Chanson (2002) e Chamani e Rajaratnam (1994), respectivamente.

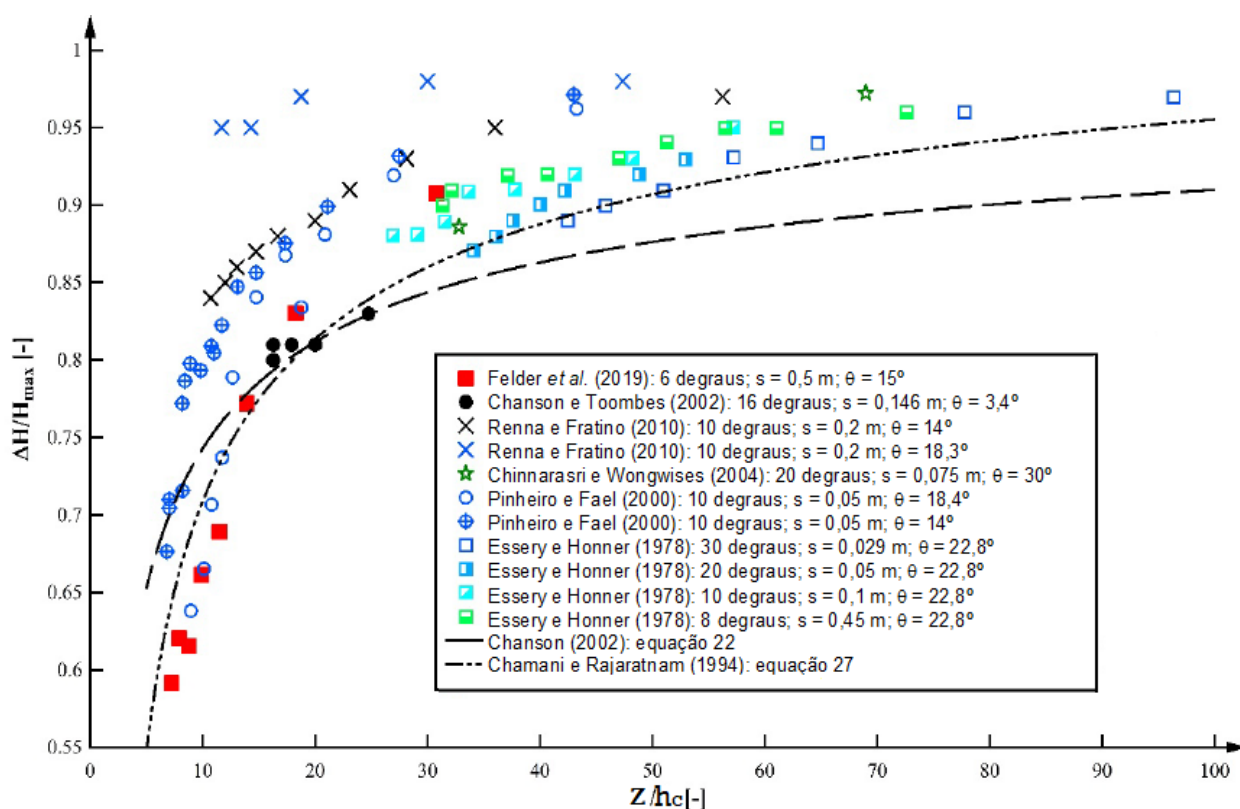


Figura 18 – Dados de estudos e das equações 22 e 27 para dissipação de energia.  
Fonte: adaptado de Felder *et al.* (2019).

### 3.3.3.5 Os esforços hidrodinâmicos sobre os degraus.

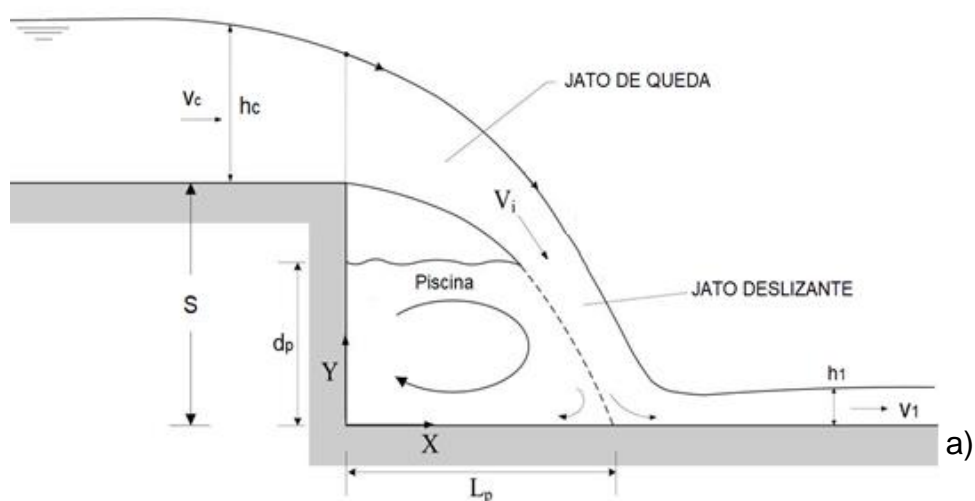
Nos escoamentos em quedas sucessivas os maiores esforços acontecem no local de impacto do jato com o piso, sob o ressalto hidráulico e no espelho do degrau quando a região da cavidade de ar não estiver devidamente ventilada (CHANSON, 2002). Estas regiões precisam ter atenção especial, devem ser reforçados e ter dispositivos de proteção, a fim de se evitar problemas estruturais por fadiga, cavitação,

ressonância, sobrepressões e subpressões.

Daí Pra *et al.* (2016) destacam que a aeração dos escoamentos sobre degraus é um dos fatores mais relevantes para a estabilidade da estrutura. Especificamente, nos escoamentos em quedas sucessivas, as cavidades de ar formadas abaixo da lâmina vertente possuem a função de manter o equilíbrio dos esforços adicionais e impedir a ocorrência de valores de pressão menores que a atmosférica, e possível ocorrência do fenômeno da cavitação. As subpressões são responsáveis pelas oscilações na lâmina vertente, que provocam a alteração do jato e causam vibrações fortes nas estruturas (SIMÕES, 2008).

A cavitação ocorre quando o escoamento gera pressões da ordem de grandeza da pressão de vapor do líquido. As zonas de baixa pressão originam bolhas ou cavidades de água vaporizada que entram em colapso num processo de implosão (PORTO, 2006).

A fim de se conhecer os pontos de maiores e menores intensidades da velocidade numa queda livre, Rajaratnam e Chamani (1995) e Lin *et al.* (2007) estudaram os perfis de velocidade do jato em queda que fica em contato com a pressão atmosférica e da parte do jato que interage de forma deslizante ou cisalhante com a região de recirculação entre degraus, como indicado na Figura 19a. Os autores observaram em seus experimentos a ocorrência de um escoamento turbulento na região de recirculação, a qual começa a ser originada a partir de um ponto de estagnação ( $L_p$ ) localizado no piso do degrau, tal como ilustrado com a fotografia da Figura 19b.



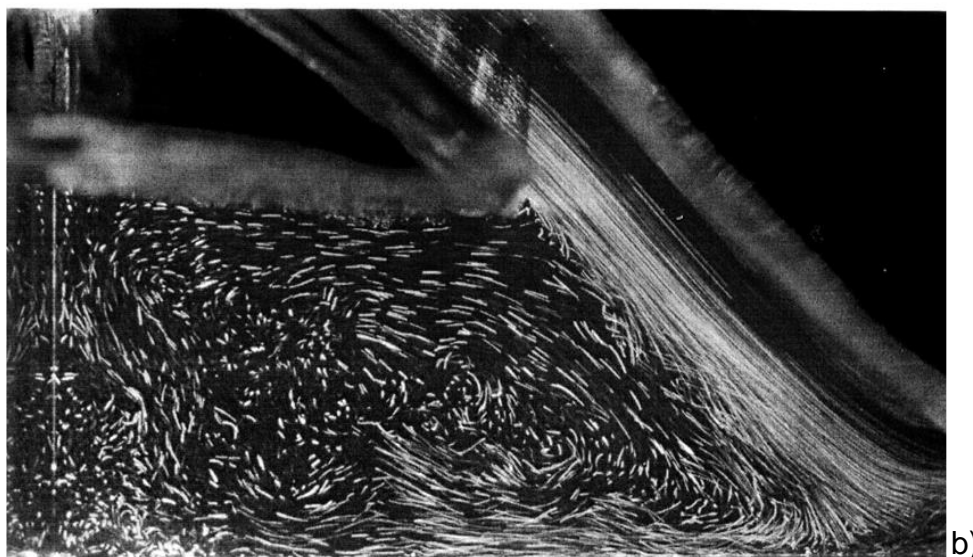


Figura 19 – Região de jato deslizante e piscina.  
Fonte: adaptado de Lin *et al.* (2007).

Lin *et al.* (2007) observaram também que o jato de queda nunca entra totalmente na piscina, mas desliza por ela, formando uma grande camada cisalhante de elevado gradiente de velocidade que, por sua vez, causa um grande efeito de arraste. As Camadas de cisalhamento são originadas como resultados da troca de quantidade de movimento entre o jato e a piscina, sendo responsáveis por uma extensa mistura e por parcela da perda de energia na queda do jato (MOORE, 1943).

De acordo com Lin *et al.* (2007), a distribuição de velocidade através do jato é quase uniforme, embora o jato acelere ao longo de sua trajetória, deslizando sobre a piscina após seu cruzamento. No jato queda, perto da superfície superior, a velocidade aumenta à medida que o jato se move a jusante por conta da aceleração gravitacional. Por outro lado, foi mostrado que o grande gradiente de velocidade formado pelo cisalhamento entre a piscina e jato deslizante diminui na proporção que ele vai se movendo mais para jusante. Fato atribuído ao contato do jato com a mistura turbulenta situada na piscina ao longo da camada de cisalhamento.

No estudo de Lin *et al.* (2007), ainda é enfatizado que a velocidade média máxima do jato deslizante é influenciada principalmente pelo efeito gravitacional e não pela profundidade crítica da água a montante do escoamento. Desta maneira, sendo possível afirmar que à medida que o jato se move a jusante as trocas de momentos entre o jato deslizante e a piscina, resultam na dissipação de energia devido a extensa zona mistura e recirculação turbulenta.

Na colisão do jato com o piso podem ser observadas pressões maiores que os



esforços hidrostáticos (SIMÕES, 2008). A partir de análises experimentais, Chanson (2002) observando o escoamento sobre um degrau, propõe o cálculo da pressão média de estagnação ( $P_s$ ) no piso do degrau pela equação 32.

$$\frac{P_s - P_{atm}}{\rho \cdot g \cdot s} = 1,253 \left( \frac{h_c}{s} \right)^{0,349} \quad (32)$$

Assim como, os valores instantâneos em torno da pressão média de estagnação, máximos e mínimos, podem ser encontrados pelas equações 33 e 34.

$$P_{m\acute{a}x} = P_s + 0,9 \rho \frac{V_i^2}{2} \quad (33)$$

$$P_{m\acute{i}n} = P_s + 0,6 \rho \frac{V_i^2}{2} \quad (34)$$

Na ocorrência de escoamentos NA1, a presença do ressalto hidráulico causa intensas flutuações de velocidade e pressão com distribuição aproximadamente hidrostática, que se diferenciam nas arestas (SIMÕES, 2008). Para esse sub-regime, considerando a velocidade do escoamento torrencial e a pressão hidrostática na seção, Chanson (2002) recomenda o uso das equações 35 e 36:

$$P_{m\acute{a}x}^{Ressalto} = P_{hid} + 0,6 \rho \frac{V_1^2}{2} \quad (35)$$

$$P_{m\acute{i}n}^{Ressalto} = P_{hid} - 0,4 \rho \frac{V_1^2}{2} \quad (36)$$

A partir dos dados experimentais de Toombes (2002), o qual fez medições de pressões na cavidade de ar formada na primeira queda, Simões (2008) desenvolveu a equação 37, empregando o método de mínimos quadrados. Este mesmo autor, ainda verificou que os valores máximos de pressão foram em média 6% maiores que os mínimos medidos experimentalmente, recomendando para o cálculo das pressões máximas a equação 37 multiplicada por 1,06.

$$P_{N(m\acute{i}nimo)} = \frac{\Delta P}{\rho \cdot g \cdot h_b} = C_1 Fr_b^2 + C_2 Fr_b + C_3 \quad (37)$$

em que  $C_1 = 0,009$ ,  $C_2 = -0,0734$  e  $C_3 = 0,5994$  devem ser utilizados para valores Froude entre  $2,22 \leq Fr_b \leq 4,91$ , e  $C_1 = 0,1183$ ,  $C_2 = -1,5927$  e  $C_3 = 5,4317$  para  $4,91 \leq Fr_b \leq 6,47$ . Sendo  $Fr_b$  o número de Froude encontrado na quina do degrau,

correspondente ao local da ocorrência de  $h_b$ .

### 3.4 Bacias de Dissipação

O controle da energia de escoamentos supercríticos é um dos desafios em projetos de estruturas hidráulicas. A utilização de bacias de dissipação a jusante de vertedouros e canais em degraus é muito comum, devido à necessidade de redução da energia cinética residual que atinge o pé da estrutura. São recomendadas, principalmente, por evitarem e reduzirem as erosões e os solapamentos na base das estruturas, as quais podem ser comprometidas por mecanismos como fadiga, subpressão e cavitação (CONTERATO, 2014).

As bacias de dissipação são projetadas para garantir a restituição de vazões aos corpos hídricos de maneira segura, com características hidráulicas adequadas ao tipo de geologia do leito e margens dos cursos d'água (CONTERATO, 2014). Podem funcionar a partir da formação de um volumoso jato originado em uma concha de lançamento, sendo conhecido como dissipador do tipo salto esqui, por queda livre, jatos cruzados ou ressalto hidráulico (SIMÕES, 2008).

Comumente, as bacias propostas a jusante de vertedouros em degraus são projetadas para desenvolverem a formação do ressalto, fenômeno eficaz e bastante conhecido. A ocorrência do ressalto hidráulico resulta em intensa turbulência, com movimentos caóticos em todo o escoamento. Ocorrem ondulações na superfície livre, aeração e recirculação da água na região do rolo do ressalto pelo estabelecimento de grandes vórtices mantidos pelo cisalhamento do escoamento supercrítico que expande no choque com o escoamento subcrítico. Como consequência, a perda de carga no ressalto hidráulico pode ser considerável para certas condições, fazendo do mesmo um fenômeno adequado para o reestabelecimento de condições compatíveis com o escoamento existente no rio a jusante da bacia de dissipação, devido a perda de energia pela grande turbulência (SIMÕES, 2008; CONTERATO, 2014).

De acordo com Vischer e Hager (1995) o ressalto hidráulico formado no pé de parâmetro inclinado pode ocorrer de cinco maneiras distintas. A classificação foi realizada em relação à altura a jusante do ressalto, conforme o grau de afogamento:

- a) Tipo A: ocorre ressalto clássico, onde a lâmina d'água sobre a bacia equivale à altura do escoamento subcrítico. Neste caso, o ressalto inicia no pé da estrutura.

- b) Tipo B: o ressalto surge sobre o paramento (canal de queda) e termina sobre o trecho horizontal da bacia.
- c) Tipo C: o ressalto inicia sobre o paramento e termina no ponto de tangência entre o vertedouro e o trecho horizontal.
- d) Tipo D: apresenta ressalto totalmente sobre o paramento do vertedouro.
- e) Tipo CI: o ressalto ocorre a jusante do pé da estrutura, sobre a bacia horizontal. Neste tipo, o ressalto pode se estender para fora do limite da bacia, causando danos ao leito a jusante.

O conhecimento das características geométricas do ressalto hidráulico, como o seu comprimento e alturas conjugadas, e a distribuição das pressões ao longo da estrutura é essencial para um dimensionamento seguro e eficiente das bacias de dissipação por ressalto hidráulico. Além disso, a estimativa de valores extremos de pressões associadas a determinadas probabilidades de ocorrência é de grande relevância para a verificação das condições críticas de sua operação (ZANONI *et al.*, 2015).

De acordo com Conterato (2014), a distribuição de pressão na bacia de dissipação sofre influência direta do grau de submergência do ressalto hidráulico, afetando principalmente sua parte inicial. Em concordância, as pesquisas realizadas por Novakoski (2016) indicam que a distribuição longitudinal das pressões oriundas de um ressalto hidráulico formado a jusante de um canal em degraus depende intrinsecamente da energia residual disponível na entrada do ressalto.

Marques *et al.* (1997) sugerem a utilização da equação 38 para a representação da distribuição de pressões médias.

$$\frac{P_x - h_1}{h_2 - h_1} = f\left(\frac{x}{h_2 - h_1}\right) \quad (38)$$

Nesta equação,  $x$  é a posição da tomada de pressão e  $P_x$  corresponde a carga de pressão média na posição  $x$ , em  $mH_2O$ . Com esta equação, o autor propõe que os resultados adquiridos para a pressão média sejam adimensionalizados em função da distância em relação ao pé do canal e agrupados para facilitar a análise da distribuição longitudinal das pressões médias que acontecem no fundo da bacia de dissipação.

Em seus estudos, Marques *et al.* (1997) encontraram pressões no fundo da bacia de dissipação inferiores à correspondente na profundidade média do escoamento,

indicando a região como suscetível para a ocorrência de pressões negativas ao longo da formação do ressalto hidráulico, com possibilidades de fadiga e de cavitação nesta região. Da mesma maneira, Novakoski *et al.* (2017) apontaram a região entre as posições  $0.(h_2-h_1)$  e  $3.(h_2-h_1)$  como uma zona de risco de cavitação devido à possibilidade de pressões negativas, onde ocorreram pressões médias elevadas no ponto mais próximo à calha e em posições próximas a região de impacto da queda d'água.

Análogo a distribuição de pressão média, Marques *et al.* (1997) também recomendam a análise das flutuações de pressão por meio da adimensionalização em função da distância em relação ao pé da estrutura, com a aplicação da equação 39.

$$\frac{\sigma_x h_2}{H_t h_1} = f\left(\frac{x}{h_2 - h_1}\right) \quad (39)$$

Na equação 39,  $\sigma_x$  é o desvio padrão da amostra ou valor médio da flutuação de pressão na posição  $x$  analisada e  $H_t$  a perda de carga total, onde a relação  $\sigma_x/H_t$  representa a perda de carga pontual, segundo os autores, e  $h_2/h_1$  a influência do número de Froude no escoamento.

Novakoski (2016), experimentalmente, observou as tendências das flutuações de pressão ao longo da bacia. Demonstrou que as flutuações de pressão têm seus valores máximos no pé da calha, com forte diminuição até a posição aproximada de  $1.(h_2-h_1)$ , área correspondida à zona de impacto do jato. Na sequência, as pressões seguiram diminuindo mais suavemente até a posição cerca de  $2,5.(h_2-h_1)$ , região de influência do impacto do jato. A partir desse ponto, os dados começaram a diminuir até a posição de  $8.(h_2-h_1)$ , onde os valores tenderam a uma estabilização, posição em que termina a influência do ressalto hidráulico.

Para estimativa de valores extremos de pressões associadas a determinadas probabilidades de ocorrência, Marques *et al.* (1997) recomenda a utilização da equação 40. Conforme Lopardo (2003), podem ser adotados valores de probabilidades de ocorrência para a avaliação das pressões negativas extremas, a tendência à cavitação das estruturas, iguais ou inferiores a 0,1% e 99,9% para estimativas das pressões máximas.

$$P_{a\%} = P_m - N_{a\%}\sigma_x \quad (40)$$

onde,  $P_{a\%}$  é a pressão para uma probabilidade “a” de não excedência,  $P_m$  a pressão média no ponto x e  $N_{a\%}$  o coeficiente estatístico de distribuição de probabilidade, função da lei de distribuição estatística, como a normal, Pearson III, etc., segundo Marques *et al.* (1997).

A fim de estabelecer parâmetros para a classificação das bacias de dissipação, Peterka em 1984 apresentou um resumo em formato de curvas dos estudos realizados no USBR sobre o desenvolvimento de critérios de projeto de bacias de dissipação. Em seus resultados recomendou quatro tipos de bacias de dissipação conforme o seu comprimento.

Simões (2008), após analisar as curvas de Peterka (1984) e os seus dados experimentais, desenvolveu a equação 41, com a qual relacionou os parâmetros adimensionais: o comprimento da bacia em relação à profundidade subcrítica do ressalto ( $L_j/h_2$ ) com o número de Froude na seção torrencial ( $Fr_1$ ).

$$\frac{L_j}{h_2} = \frac{Fr_1^2 + C_A Fr_1 + C_B}{C_C + C_D Fr_1} \quad (41)$$

Com o uso dessa equação é possível definir o comprimento da bacia de dissipação ( $L_j$ ), que pode ser classificada em Tipo I ( $L_I$ ), Tipo II ( $L_{II}$ ), Tipo III ( $L_{III}$ ) e Tipo IV ( $L_{IV}$ ), conforme foi preconizado por Peterka (1984). As incógnitas  $C_A$ ,  $C_B$ ,  $C_C$  e  $C_D$  são constantes adimensionais que dependem do tipo de bacia, de acordo com a Tabela 1.

Tabela 1 - Constantes adimensionais por tipo de Bacia de Dissipação

Tipo	$C_A$	$C_B$	$C_C$	$C_D$
I e IV	-81,85	61,13	-0,62	-10,71
II	-85,88	13,87	-28,52	-14,50
III	-67,76	6,87	-54,20	-15,62

Fonte: Simões (2008).

Porto (1986) *apud* Simões (2008) destaca alguns cuidados quanto aos limites de aplicação de cada bacia e sugere algumas recomendações, como:

**Bacia de Dissipação Tipo I:** são indicadas para estruturas com quedas superiores a 60 m, escoamentos com vazões maiores que 45 m<sup>2</sup>/s (calhas lisas) e números de Froude entre 4,5 e 9, onde o que seu comprimento deve ser é igual ao comprimento do ressalto hidráulico. No caso, pode ser calculado com a equação 41.

**Bacia de Dissipação Tipo II:** pode ser utilizada em quedas e vazões unitárias não superiores a 60 m e 45 m<sup>2</sup>/s, respectivamente e,  $Fr \geq 4,50$  e  $V_1 \geq 18$  m/s (calhas lisas). A presença de blocos de queda e soleira dentada torna esta estrutura mais compactada que a bacia Tipo I.

**Bacia de Dissipação Tipo III:** recomendada para  $V_1 \leq 18$  m/s,  $q < 18$  m<sup>2</sup>/s e  $Fr \geq 4,50$  (calhas lisas). Apresenta blocos de queda, blocos de amortecimento e soleira terminal contínua, e ainda é mais compacta do que a anterior.

**Bacia de Dissipação Tipo IV:** indicada para escoamentos com números de Froude entre 2,5 e 4,5 (calhas lisas), em que o ressalto é oscilante. A bacia contém blocos defletores e soleira terminal.

**(PORTO, 1986, citado por SIMÕES, 2008).**

As bacias de dissipação tipo I, sem presença de blocos e soleiras, são as mais utilizadas em sistemas de dissipação de energia à jusante de vertedouros em degraus. São bacias que permitem a formação do ressalto hidráulico sem influência de singularidades, consistem simplesmente de fundo plano (CONTERATO, 2014).

Para a definição do comprimento da bacia de dissipação tipo I é necessário que seja estabelecido o comprimento do ressalto. Neste tipo de bacia, é necessário garantir a acomodação de todo o seu comprimento de forma a suportar todos a esforços impostos por ele (CONTERATO, 2014).

No mesmo contexto, Simões (2008) destaca que no dimensionamento das bacias de dissipação com formação de ressalto é essencial a verificação da altura conjugada do regime fluvial, para que seu valor não seja maior que a altura de funcionamento do canal de restituição, a fim de evitar o deslocamento do ressalto para jusante. O autor ainda enfatiza, a grande relevância da definição da cota de fundo da bacia de dissipação, a qual deve estabelecer a formação do ressalto junto ao pé do vertedor e dentro dos limites da bacia.

A cota de fundo da bacia de dissipação pode ser encontrada por processo de tentativas, a partir da aplicação das equações da continuidade, da energia e das alturas conjugadas do ressalto. Seguindo o procedimento apresentado por Elevatorski (1959) e, em seguida, adaptado por Simões (2008), observando a Figura 20 é possível notar que a altura do canal em degraus ( $Z$ ) e a diferença entre a cota do piso do primeiro degrau e a cota do nível d'água no canal de restituição ( $D$ ) podem ser relacionadas com as profundidades a montante do ressalto hidráulico ( $h_1$ ) e conjugada ( $h_2$ ), conforme mostra a equação 42.

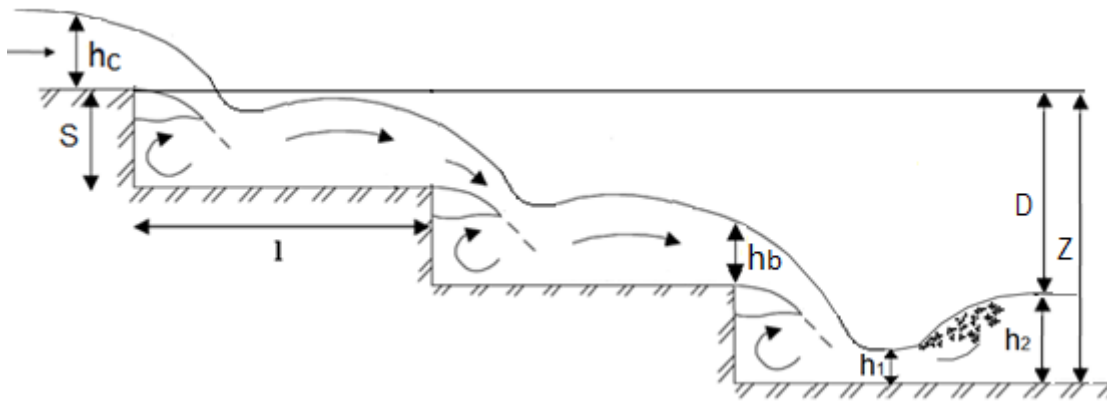


Figura 20 – Cota de fundo da bacia de dissipação.

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{Z - D}{h_1} \quad (42)$$

A relação entre as profundidades a montante do ressalto hidráulico e a altura conjugada, situada à jusante do ressalto, considerando a bacia de dissipação um canal retangular, relativamente curto e horizontal, pode ser encontrada por meio da aplicação da equação de Belangèr, equação 43. Vale a pena destacar que a equação de Belangèr na sua dedução desprezou a tensão tangencial no fundo e considerou a hipótese da distribuição hidrostática de pressões no escoamento (PORTO, 2006).

$$\frac{h_2}{h_1} = 0,5 \left( \sqrt{1 + 8Fr_1^2} - 1 \right) \quad (43)$$

O quadrado do número do número de Froude na seção de escoamento torrencial pode ser encontrado de acordo com a equação 44:

$$Fr_1^2 = \frac{V_1^2}{gh_1} = \frac{q^2}{gh_1^3} = \left( \frac{h_c}{h_1} \right)^3 \quad (44)$$

em que  $h_c = (q^2/g)^{1/3}$  é altura crítica do escoamento. Por conseguinte, substituindo as equações 43 e 44 na equação 42, pode ser obtida a equação 45:

$$\frac{Z}{h_1} = \frac{D}{h_1} + 0,5 \left( \sqrt{1 + 8 \left( \frac{h_c}{h_1} \right)^3} - 1 \right) \quad (45)$$

Fazendo as simplificações necessárias para que a formulação seja escrita em termos de  $h_1/h_c$ , assim como foi escrito o número de Froude, a equação 45 deve ser

multiplicada por  $h_1/h_c$ , resultando na equação 46.

$$\frac{Z}{h_c} = \frac{D}{h_c} + \frac{h_1}{h_c} \cdot 0,5 \left( \sqrt{1+8 \left( \frac{h_1}{h_c} \right)^{-3}} - 1 \right) \quad (46)$$

A partir desta forma, é possível relacionar os adimensionais  $Z/h_c$  e  $D/h_c$ , parâmetros adimensionais essenciais na definição da cota de fundo de uma bacia de dissipação.

### 3.5 Estudos Numéricos de escoamentos sobre Degraus

A dinâmica de fluidos computacional ou CFD (do inglês, *Computational Fluid Dynamics*) é a parte da mecânica dos fluidos que, por meio dos recursos computacionais, simula o comportamento de sistemas com fluidos em escoamento, transferência de calor e massa, dentre outros processos físicos relacionados, como a interação entre fluido e estrutura, por exemplo, quando as equações da dinâmica dos fluidos são resolvidas simultaneamente com as equações da mecânica dos sólidos. É uma área do conhecimento estruturada com base nas equações da Mecânica dos Fluidos, em métodos numéricos e em algoritmos computacionais, as quais reúnem as equações discretizadas para resolver as equações que representam os balanços de massa, quantidade de movimento e de energia em domínios computacionais 2D ou 3D cujas condições de contorno são conhecidas (FORTUNA, 2000).

Diante das dificuldades de resolver problemas cada vez mais complexos, a crescente necessidade de segurança no detalhamento e a celeridade na elaboração de projetos hidráulicos, os pesquisadores têm buscado ampliar seus métodos utilizando a modelagem matemática por meio do alto desempenho dos códigos da dinâmica de fluidos computacional. Uma ferramenta que vem se mostrando capaz de caracterizar muito bem os escoamentos, que pode auxiliar na otimização de projetos e, até mesmo, no planejamento de ensaios em modelos reduzidos (ARANTES, 2007).

Os bons resultados encontrados nas modelagens em conjunto com os avanços da tecnologia têm proporcionado o surgimento no mercado mundial de muitos programas, como: CFX<sup>®</sup>, FLUENT<sup>®</sup>, STAR-CD<sup>®</sup>, Flow-3D<sup>®</sup>, Polyflow<sup>®</sup>, Fidap<sup>®</sup>, CFD++<sup>®</sup>, CFD-ACE<sup>®</sup>, OpenFOAM<sup>®</sup> e outros (ARANTES, 2007).

Existem evidências que os primeiros estudos com o uso da dinâmica de fluidos



computacional foram realizados na década de 80, por meio de estruturas mais simples. Em 1988, Sohn, utilizando o pacote computacional FIDAP (*Fluid Dynamics Analysis Package*), simulou numericamente casos de escoamento incompressível, laminar e turbulento sobre estrutura com apenas um degrau descendente.

No entanto, nos últimos anos, um número crescente de trabalhos passaram a ser publicados com temas relacionados à simulação numérica de escoamentos em canais com o fundo em degraus, a exemplo dos trabalhos de Benmamar *et al.* (2003), Cheng *et al.* (2004), Tabbara *et al.* (2005), Inoue (2005), Dong e Lee (2006), Arantes (2007), Jahromi *et al.* (2008), Naderi Rad *et al.* (2009), Carvalho e Martins (2009), Bombardelli *et al.* (2010), Lobosco e Schulz (2010), Lobosco *et al.* (2011), Simões (2012), Tabari e Tavakoli (2016), Hamedi *et al.* (2016), Mansoori *et al.* (2017), Bagatur e Can (2018) e Nóbrega *et al.* (2020).

Diferentes aspectos referentes aos escoamentos em degraus foram estudados nas pesquisas mencionadas, como o desenvolvimento de camadas limite, dissipação de energia, aeração do escoamento, efeitos de escala, entre outros. Sendo utilizados na maioria dos estudos, os modelos de turbulência  $k-\varepsilon$  e RNG  $k-\varepsilon$ , destacando Arantes (2007), que também utilizou o modelo de tensões de Reynolds SSG, que modela diretamente as covariâncias do tensor de Reynolds existente nas equações de Navier-Stokes com médias de Reynolds (POPE, 2009).

Alguns pesquisadores adotaram softwares comerciais para realizar suas simulações, como o ANSYS CFX® e o Fluent®. Lobosco e Schulz (2010) e Lobosco *et al.* (2011) utilizaram um conjunto de softwares gratuitos, entre os quais o OpenFOAM®. Tabbara *et al.* (2005) analisou o vertedouro em degraus pelo método dos elementos finitos usando ADINA-F®. Tabari e Tavakoli (2016) e Mansoori *et al.* (2017) usaram o Flow-3D®.

Especificamente, Arantes (2007) estudou numericamente vertedouros em degraus com configurações geométricas e hidráulicas de dados experimentais de vários pesquisadores. Entre tais resultados, reproduzidos por meio das simulações realizadas pelo Software ANSYS CFX®, foram analisadas a dissipação de energia, a distribuição da velocidade, a concentração de ar, os perfis de pressão do degrau, a resistência oferecida ao escoamento e a cavitação.

Entre as comparações realizadas por Arantes (2007), nota-se que houve aderência

entre os resultados experimentais e numéricos. Além disso, ele calculou pressões em posições dos degraus de difícil acesso para a realização de experimentos, ressaltando assim uma das vantagens do uso de simulações numéricas. Na verificação das pressões, constatou que as menores pressões ocorrem no espelho dos degraus, reafirmando os resultados empíricos de outros pesquisadores, como Tozzi (1992).

Jahromi *et al.* (2008) desenvolveu duas equações para estimativa da energia dissipada nos vertedouros em degraus a partir de parâmetros adimensionais. O autor construiu modelos físicos em laboratório, com angulação da calha de aproximadamente  $15^\circ$  e  $25^\circ$ , com números de degraus diversos. Entre suas análises, os resultados medidos experimentalmente foram comparados com os dados encontrados em estudos anteriores disponíveis na literatura e com simulações realizadas pelo ANSYS CFX<sup>®</sup>. O estudo comparativo entre os dados experimentais e as simulações mostrou que com a ferramenta computacional foi possível prever resultados aderentes aos encontrados no estudo experimental, com erros menores que 6%.

Naderi Rad *et al.* (2009), utilizando o Fluent<sup>®</sup>, investigaram a dissipação de energia em vários tipos de vertedouros escalonados, incluindo aqueles com soleiras simples e inclinadas. No total, foram construídos 33 modelos numéricos, incluindo 11 grupos de vertedouros. O autor concluiu que, a partir da altura constante do vertedouro, a dissipação de energia aumenta com o aumento do número de degraus e com a diminuição da inclinação da calha. Da mesma forma, para a altura do vertedouro, inclinação da calha, número e tamanho dos degraus constantes, há um aumento da perda de carga com a inclinação do piso dos degraus. Quando do aumento das descargas, em todos os casos ocorre uma redução na dissipação de energia.

As tendências encontradas Naderi Rad *et al.* (2009) são semelhantes aos estudos experimentais realizados por Chinnarasri e Wongwises (2006), os quais também estudaram canais escalonados com pisos inclinados em diversas condições de escoamento.

Lobosco *et al.* (2011) por meio do software livre OpenFOAM<sup>®</sup>, usando modelo  $k-\epsilon$ , buscou descrever a relação entre o comportamento da superfície da água, o desenvolvimento da camada limite hidrodinâmica e a localização do ponto de origem da aeração. Nesse estudo, o uso da fluidodinâmica computacional foi bastante

eficiente e amplamente satisfatório, o qual demonstrou a importância e os benefícios do uso desta ferramenta em projetos de estruturas que interagem com fluidos de forma complexa e de características bifásicas.

As características dos principais estudos numéricos realizados em estruturas com degraus nos últimos quatro anos podem ser verificadas no Quadro 2.

Quadro 2 – Características dos principais estudos numéricos realizados em estruturas com degraus 2016 – 2020.

Autor	CFD/ Software	Modelo Turbulência	S (cm)	l (cm)	Inclinação (°)	Número de Degraus	Tipo de Malha	Observações
Hamedi <i>et al.</i> (2016)	FLUENT	k-ε	4,66	14	-	-	não estruturada	Degraus inclinados e com peitoril final.
Irzooki <i>et al.</i> (2016)	FLOW-3D	k-ε	5 e 2,5	-	26,5; 45 e 51,3	5; 10 e 25	-	-
Morovati <i>et al.</i> (2016)	FLOW-3D	RNG k-ε	Vários	Vários	-	-	-	Degraus com soleiras nas quinas dos degraus.
Bentalha e Habi (2017)	FLUENT	k-ε	5 e 10	-	26,6	-	não estruturada	Altura de degraus não uniforme.
Roushangar <i>et al.</i> (2017)	ANFIS e FFNN	-	-	-	45, 25 e 15	-	-	Uso de sistema de inferência neurofuzzy adaptativo (ANFIS) e técnicas de rede neural feed forward (FFNN).
Patil <i>et al.</i> (2017)	-	-	7; 6,1 e 4,9	11,5; 17,7 e 16,9	-	7; 8 e 10	-	-
Mansoori <i>et al.</i> (2017)	FLOW-3D	-	5	15	-	9	-	Degraus em forma de Λ.
Souto <i>et al.</i> (2017)	API CUDA C	-	10	25	21,8	9	-	Uso do método de partículas livre de malhas SPH.
Bai <i>et al.</i> (2017)	FLUENT	k-ε	Vários	Vários	-	56	-	Vertedouro escalonado em forma de V.
Salmasi e Samadi (2018)	FLUENT	RNG k-ε	10	30	-	3	-	-

Autor	CFD/ Software	Modelo Turbulência	S (cm)	l (cm)	Inclinação (°)	Número de Degraus	Tipo de Malha	Observações
Bagatur e Can (2018)	ANSYS CFX	-	10	-	30	-	-	-
Bentalha (2018)	FLUENT	k-ε	5	12,5	21,8	20	não estruturada	-
Filho (2018)	FORTRAN	-	50	-	-	1	Estrutura semidescola da e deslocada	Estrutura com um degrau e obstáculo de seção retangular.
Jiang <i>et al.</i> (2018)	GA-SVR	-	Vários	Vários	-	-	-	Aplicação da regressão de máquina (SVR) para estimar a dissipação de energia.
Li <i>et al.</i> (2018)	FLUENT	k-ε	Vários	Vários	45	-	Híbrida	Aplicação da regressão de máquina (SVR) em vertedouros escalonados com configurações arredondadas e afiadas.
Nóbrega <i>et al.</i> (2020)	SPH	-	2,5	5	26,6	20	-	Aplicação do Método da hidrodinâmica de partículas suavizadas (SPH) usando a implementação DualSPHysics de alto desempenho.

De acordo com resultados encontrados em todas as simulações citadas, ficou evidente que o emprego da CFD é capaz de capturar e caracterizar os escoamentos sobre os degraus, bem como consegue delinear com adequada precisão as superfícies livres, os campos de velocidade e de pressão, as recirculações nas cavidades dos degraus e o comportamento rotacional do escoamento nessas regiões. Os softwares utilizados pelos autores citados foram bem avaliados e considerados como de alto potencial para a avaliação da dissipação de energia em estruturas com degraus, com erros compatíveis com os propósitos práticos da engenharia.

Os resultados das simulações dos estudos mencionados foram validados por meio de comparação com dados experimentais, os quais apresentaram aderência. Os perfis de escoamento encontrados estavam conforme as características do tipo de escoamento (*i.e.*, *nappe flow*, *skimming flow*) e quantitativamente semelhantes aos valores medidos nos experimentos.

Os autores ainda recomendam o uso do CFD em estudos preliminares e para o aperfeiçoamento das condições operacionais de projeto no aspecto estrutural (com indicação dos esforços decorrentes das pressões) e hidráulico, numa possível proposta de melhoria no desempenho de funcionamento das estruturas. Além disso, o uso da dinâmica dos fluidos computacional foi indicado como uma ferramenta adequada para a verificação de performance, analisar dificuldades, orientar e antever possíveis problemas no andamento de projetos.

## 4 METODOLOGIA

No presente trabalho foram estudados os escoamentos multifásicos em quedas sucessivas sem formação de ressalto hidráulico, sobre canais com fundo em degraus, utilizando o software da Dinâmica de Fluidos Computacional ANSYS CFX®.

Da revisão bibliográfica, verifica-se que poucos experimentos em modelos reduzidos e poucas simulações numéricas foram realizadas para a caracterização do escoamento em quedas sucessivas sem formação de ressalto hidráulico sobre canais com fundo em degraus. Tal limitação em relação às pesquisas sobre o tema conduziu à uma cuidadosa avaliação da modelagem de tais escoamentos, incluindo testes de diferentes modelos de turbulência em comparação a dados experimentais, com o intuito de se obter resultados que caracterizem adequadamente o escoamento em quedas sucessivas sem formação de ressalto hidráulico.

O software ANSYS CFX®, programa escolhido para o desenvolvimento das simulações deste trabalho, é uma ferramenta de alto desempenho capaz de caracterizar diferentes tipos de escoamento (bidimensionais ou tridimensionais, monofásicos ou multifásicos, compressíveis ou incompressíveis, estacionários ou variáveis, laminares ou turbulentos, entre outros) e pode fornecer características relevantes dos escoamentos a partir dos campos de pressão e velocidades, por exemplo.

As simulações foram estruturadas em três etapas de processamento, de acordo com a estrutura geral adotada em CFD, também presente no programa ANSYS CFX®: (i) pré-processamento, (ii) processamento (solver) e (iii) pós-processamento. A metodologia aplicada pelo modelo numérico deste software pode ser visualizada no esquema da Figura 21.



Figura 21 - Metodologia geral ANSYS CFX.

A etapa de pré-processamento consistiu na definição do domínio computacional com geometria semelhante à do modelo físico ou do protótipo, geração da malha, seleção dos modelos físico-matemáticos e das condições físicas do problema, com a definição das propriedades do fluido e condições de contorno. Os referidos modelos podem ser as equações de conservação de massa e de Navier-Stokes para escoamentos laminares, as equações de conservação de massa e de Navier-Stokes com médias de Reynolds para escoamentos turbulentos, quando se pretende utilizar modelos de turbulência e, em situações mais específicas, pode-se utilizar a simulação numérica direta ou a simulação de grandes escalas, além da inclusão das equações da termodinâmica para problemas que incluam transferência de calor. Inclui-se também, nesse conjunto de equações, a adoção do modelo multifásico quando se pretende simular escoamentos em superfície livre, além do modelo de turbulência.

Com o intuito de definir uma metodologia adequada à realização das simulações, foram realizadas análise de sensibilidade para explorar a influência de diversos parâmetros nos resultados. Inicialmente, os escoamentos foram verificados sobre estrutura com apenas um degrau, onde várias execuções adicionais foram desenvolvidas para os testes de geometria, malha e convergência de malha.

Os domínios computacionais elaborados foram concebidos para ocorrência do regime

de escoamento em quedas sucessivas sobre degraus sem ressalto hidráulico, utilizando os adimensionais  $s/l$  e  $s/h_c$ . Estes adimensionais, como pode ser visto no trabalho de Ohtsu *et al.* (2001) ou em outras referências, como indicado na Figura 4 da revisão da literatura, são parâmetros empregados para prever a ocorrência de um dos três regimes de escoamento em canais em degraus, os quais consideram as dimensões dos degraus, declividade e vazão específica do canal.

Na escolha dos domínios computacionais foi empregada a metodologia apresentada por Simões (2012) para a definição dos valores de  $s/l$  e  $s/h_c$ , o qual reuniu resultados de diversos autores em um gráfico e estabeleceu previsão de ocorrência dos diferentes regimes de escoamento (Figura 4). Os valores dos adimensionais foram selecionados em regiões próximas ao regime de transição, de maneira a garantir que pontos adotados estivessem na faixa do regime de escoamento em quedas sucessivas sem ressalto hidráulico.

A seleção da malha seguiu o princípio atrelado ao teorema de Lax e, para algumas simulações, alcançou os limites impostos pela versão estudante do ANSYS CFX®, que possibilita refinamentos da malha até o limite de  $5.10^5$  elementos, valor máximo adotado como premissa. As simulações com domínios maiores e que necessitaram do uso de malhas mais refinadas, números de elementos acima, foram efetuadas com a versão acadêmica do referido programa. Sabendo que os métodos implementados no CFX respeitam o teorema de Lax, sendo consistentes, estáveis e, portanto, convergentes, foram testadas malhas com refinamentos sucessivos até que fosse encontrada a convergência para a malha, que corresponde a um refinamento tal que, refinamentos maiores não impliquem mudanças em algarismos significativos.

No teste de convergência foram adotadas quatro malhas estruturadas com 15.161 a 263.000 elementos, empregando o modelo de turbulência  $k-\varepsilon$  e o modelo multifásico não homogêneo. Analisando as diferenças relativas dos valores coletados de  $h_b$  em  $C = 0,90$  (posição da interface água-ar para a qual a fração volumétrica de ar é igual a 90%), foram adotadas malhas com número de elementos que corresponderam a diferenças relativas menores que 1%. Essas malhas apresentaram número de elementos maior ou igual a 94.800 elementos ou 191.212 nós.

Quando se trata da simulação do escoamento em quedas sucessivas sem ressalto hidráulico, há pouca informação disponível na literatura sobre qual modelo de



turbulência é o mais adequado, sendo este um aspecto abordado no presente trabalho pela comparação de simulações com dados experimentais disponíveis na literatura.

Foram escolhidos para serem avaliados três modelos de turbulência, que são frequentemente utilizados para representar a turbulência em escoamentos sobre canais em degraus,  $k$ - $\epsilon$ , RNG  $k$ - $\epsilon$  e SSG Reynolds Stress (JAHROMI *et al.*, 2008; POPE, 2009; BOMBARDELLI *et al.*, 2010; NIKSERESHT *et al.*, 2013; HAMEDI *et al.*, 2016; SALMASI e SAMADI, 2018).

A partir da análise dos resultados encontrados, onde o modelo  $k$ - $\epsilon$  foi tomado como referência e comparado com RNG  $k$ - $\epsilon$  e SSG Reynolds Stress, os desvios apresentaram valores menores ou da ordem dos valores de incertezas atreladas às possíveis forma de medir a posição da superfície livre. Além disso, foi realizada uma segunda análise com os dados obtidos em domínios semelhantes aos empregados por Moore (1943) e Rajaratnam e Chamani (1995), tendo sido encontrada aderência entre as soluções numéricas e os dados empíricos.

Por oferecer bons resultados, com custo computacional relativamente menor quando comparado aos outros modelos de turbulência (teoricamente, já que não foram verificadas com precisão as diferenças entre os tempos de processamento), neste trabalho foi adotado o modelo de turbulência  $k$ - $\epsilon$ . Os domínios foram discretizados com número de elementos aproximadamente igual a 500.000 elementos (valor máximo permitido pela licença estudante do código empregado).

O tipo de escoamento adotado nas simulações foi do tipo multifásico, escoamento composto por duas ou mais fases de propriedades diferentes e imiscíveis, com a definição das propriedades físicas da água e do ar.

No programa ANSYS CFX<sup>®</sup> existem dois modelos distintos disponíveis para caracterização deste tipo de escoamento: o modelo Euleriano-Euleriano e o Euleriano-Lagrangeano, para este trabalho foi utilizado o modelo Euleriano-Euleriano.

No modelo Euleriano-Euleriano ainda é possível classificar o escoamento em dois submodelos: o homogêneo e o não homogêneo. Simões (2012) destaca que os modelos homogêneo e não homogêneo produzem interfaces semelhantes para escoamento sem incorporação de ar, desde que a malha seja refinada o suficiente para que isso ocorra. Para malhas menos refinadas, ele apresenta que o modelo homogêneo superestima a espessura da interface do escoamento, desta forma

restringindo sua utilização, causando uma falsa impressão de incorporação de ar ao escoamento. Desse modo, adotou-se o modelo multifásico não homogêneo para realização do presente trabalho que, diferente do modelo homogêneo, compartilha apenas o campo de pressões entre as fases, resolvendo os demais para cada uma das fases.

A escolha do modelo não homogêneo também levou em consideração os resultados obtidos por Simões (2012), o qual comparou dados experimentais correspondentes ao escoamento deslizante sobre turbilhões com soluções calculadas com o modelo multifásico não homogêneo e o modelo de superfície livre para a interface, tendo encontrado aderência entre o experimento e solução numérica para interface definida com a fração volumétrica de ar,  $C = 0,90$ .

Empregando o método dos volumes finitos, as equações diferenciais parciais são integradas sobre cada volume de controle que compõe a malha, onde as equações integrais são convertidas para um sistema de equações algébricas, as quais são resolvidas por iteração até convergir ao valor residual pré-estabelecido, considerando o regime permanente. Esse processo iterativo faz uso de derivada temporal presente nas equações como se o regime fosse variável, mas sem resolver as equações ao longo do tempo com uma resolução adequada para que o regime variável seja capturado, sendo esta apenas uma estratégia numérica. Em cada iteração é fornecido um erro ou resíduo para cada variável dependente, representado pelo seu erro médio quadrático (RMS – *Root Mean Square*) ou pelo valor residual máximo normalizado no domínio (MAX), que tende a diminuir quando há convergência, sendo que neste trabalho utilizou-se a opção RMS com valor para convergência de  $10^{-5}$ .

O processo numérico é apresentado durante o funcionamento do programa, sendo possível acompanhar as iterações e a convergência dos resultados, que proporcionam a visualização e verificações de eventuais problemas numéricos no decorrer do seu processamento, como a divergência de um resíduo de uma variável.

Após o término dos cálculos, com o estabelecimento da convergência da simulação, na etapa de pós-processamento, os resultados numéricos foram analisados. Entre esses resultados numéricos, inclui-se: campos de pressão, velocidade, perfil do escoamento e demais escalares pertinentes ao estudo, como a distribuição de fração volumétrica de ar ou água, que permite a visualização da posição da superfície livre.

A partir do perfil longitudinal da superfície livre delineado em cada simulação, foram determinadas as alturas dos escoamentos na extremidade de cada degrau ( $h_b$ ) para uma fração de vazio de 90% e identificadas as posições horizontais, cuja velocidade tem valores aproximadamente nulos no piso do degrau, sendo possível localizar os pontos de estagnação e zonas de recirculação do escoamento e as regiões de ocorrência de pressões máximas.

Os resultados calculados numericamente foram comparados aos dados experimentais dos autores Horner (1969), Pinheiro e Fael (2000), Chanson (2002), Jahromi *et al.* (2008) e Felder *et al.* (2019).

No presente trabalho, não foi possível fazer uma análise comparativa com outros estudos numéricos, devido à dificuldade de encontrar pesquisas com domínios computacionais semelhantes e que fornecessem resultados que pudessem ser utilizados.

Na sequência, com o modelo consolidado, por meio das equações numéricas e ferramentas gráficas, foram calculados os principais parâmetros relacionados aos escoamentos do tipo quedas sucessivas sem formação de ressalto hidráulico. Como resultados da análise dos resultados numéricos, foram desenvolvidas:

- a) uma formulação adimensional relacionando a altura de escoamento, altura crítica e grandezas características do canal;
- b) uma formulação adimensional para o pré-dimensionamento de bacias de dissipação adequadas a baixos números de Froude e com formação de ressalto, posicionadas a jusante do canal em degraus;
- c) uma metodologia para a determinação da cota de fundo da bacia de dissipação com formação de ressalto.

Por fim, foi realizada uma abordagem quali-quantitativa e crítica, com discussão dos resultados.

## 5 SIMULAÇÕES NÚMERICAS

As simulações realizadas, utilizando o programa ANSYS CFX<sup>®</sup>, contemplaram os escoamentos em canal com baixa declividade com fundos em degraus sem formação de ressalto. Sendo empregado em domínio bidimensional o modelo multifásico não homogêneo, cuja característica principal é o compartilhamento apenas do campo de pressões entre as fases (gás-líquido, que aqui é ar e água), e o modelo de turbulência  $k-\epsilon$ .

Nesta etapa do trabalho, são apresentados alguns aspectos conceituais relacionados aos equacionamentos empregados e o método numérico presente no software. Em seguida, são apresentados os resultados numéricos e as informações decorrentes deles, como as alturas de escoamento nas quinas dos pisos dos degraus ao longo dos canais, visando calcular as grandezas de interesse prático e comparar com resultados experimentais.

### 5.1 Equações Numéricas Representativas

Como mencionado anteriormente, para a modelagem dos problemas em dinâmica dos fluidos são empregadas as equações oriundas dos balanços de massa, da quantidade de movimento e de energia, combinadas a leis constitutivas que dão origem à equação de Navier-Stokes, por exemplo, para o caso da quantidade de movimento ou segunda lei de Newton.

Considerando-se a hipótese do contínuo e que o fluido seja newtoniano, têm-se as equações associadas aos princípios de conservação. A equação da conservação de massa originada a partir do Teorema de Transporte de Reynolds, que parte do princípio físico da aplicação entre as formulações de sistema e volume de controle é representada pela equação 47 (FOX *et al.*, 2011).

$$\frac{d}{dt} \iiint_{V_C} \rho dVol + \iint_{S_C} \rho \vec{v} \cdot \vec{n} dA = 0 \quad (47)$$

Reconhecendo na equação 47 a vazão em massa ou descarga na integral sobre a superfície de controle, quando houver entradas e saídas, pode-se escrever também a forma apresentada na equação 48, onde a taxa de variação total da massa dentro do volume de controle é igual à vazão em massa que entra no volume de controle menos

a taxa na qual a massa escoou para fora do volume de controle (FOX *et al.*, 2011):

$$\frac{d}{dt} \iiint_{V_C} \rho dVol = \sum_{\text{Entrada}} \dot{m} - \sum_{\text{saída}} \dot{m} \quad (48)$$

Supondo o volume de controle de um tamanho infinitesimal, com dimensões  $\partial x$ ,  $\partial y$  e  $\partial z$ , gerando uma equação diferencial para conservação da massa e aplicando o Teorema do Divergente, obtém-se a equação da continuidade para escoamentos incompressíveis em coordenadas cartesianas, sendo  $u$ ,  $v$  e  $w$  as velocidades nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ , tal como a equação 49 (BIRD *et al.*, 2004):

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (49)$$

As equações de Navier-Stokes foram desenvolvidas a partir da segunda lei de Newton. Inicialmente, Euler deduziu equações diferenciais parciais realizando um balanço de forças que não considerou a força de cisalhamento. Mais tarde, Cauchy incluiu o tensor das tensões de Cauchy em uma equação originada a partir da segunda lei de Newton também, a que conhecemos hoje como equação de Cauchy. Quando o tensor das tensões é substituído por uma relação linear entre tensão e deformação (válida para fluidos newtonianos), denominada como lei constitutiva, é obtida a equação de Navier-Stokes. Navier, um engenheiro civil especialista em pontes, apresentou a equação inicialmente, mas sem os aspectos teóricos necessários para explicar a sua existência. Em 1845, Stokes apresentou a dedução completa da lei constitutiva para o fluido newtoniano e, por isso, as equações recebem o nome de Navier-Stokes, em homenagem ao primeiro e ao último cientistas que participaram de seu desenvolvimento, embora outros nomes estejam entre esses dois, como Cauchy, Poisson, Saint-Venant (SCHULZ, 2003).

A expressão para um escoamento incompressível, onde o fluido newtoniano apresenta tensões viscosas proporcionais as taxas de deformação e coeficiente de viscosidade constante, pode ser representada pela equação 50.

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \vec{u} + \vec{g} \quad (50)$$

em que  $\vec{u}$  é o vetor velocidade,  $\nu$  a viscosidade cinemática,  $\vec{g}$  o vetor da aceleração da

gravidade,  $\rho$  a densidade do fluido,  $p$  a pressão do fluido,  $\partial\vec{u}/\partial t$  a aceleração local e  $(\vec{u}\cdot\nabla)\vec{u}$  a aceleração advectiva (ou convectiva). A força resultante devida ao gradiente de pressão é representada por  $-\nabla p/\rho$  e o fluxo líquido difusivo da quantidade de movimento por  $\nu\cdot\nabla^2\vec{u}$ .

A equação 50 também pode ser apresentada por equações diferenciais não lineares em coordenadas cartesianas, conforme as equações 51 a 53 (BIRD *et al.*, 2004).

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}\right)=-\frac{\partial p}{\partial x}+\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)+\rho g_x \quad (51)$$

$$\rho\left(\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}\right)=-\frac{\partial p}{\partial y}+\mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right)+\rho g_y \quad (52)$$

$$\rho\left(\frac{\partial w}{\partial t}+u\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z}\right)=-\frac{\partial p}{\partial z}+\mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right)+\rho g_z \quad (53)$$

### 5.1.1 Modelos de turbulência

A turbulência é uma propriedade associada ao escoamento que surge devido a existência de determinadas condições impostas ao mesmo, a qual se manifesta pela interação e ruptura de turbilhões ou estruturas que não são exatamente turbilhões, como destacado por Pope (2009), de várias dimensões, pelo estado caótico do escoamento (PINTO, 1994).

Os principais estudos sobre a teoria estatística da turbulência, que tiveram desenvolvimentos importantes nas décadas de 1940 a 1950, foram feitos por Kolmogorov (1941), Millionschikov (1939; 1941), Obukov (1941), Heisenberg (1948) e Batchelor (1953).

De acordo com teoria de Kolmogorov, na turbulência a dissipação de energia acontece pela transferência da energia cinética do escoamento para os turbilhões ou vórtices, os quais aparecem devido a viscosidade do fluido. De acordo com o tamanho dos vórtices, a transferência de energia ocorre dos grandes vórtices, que correspondem as baixas frequências, para os vórtices menores, associados às altas frequências. Aí segue num efeito cascata, com o decaimento da energia, até uma escala na qual a dissipação esteja ligada apenas às forças viscosas, como se fosse o escoamento

laminar. Neste caso, a energia cinética transferida aos vórtices, é dissipada em forma de calor.

Os escoamentos sobre degraus podem ser classificados como complexos, por ter na sua constituição os jatos, esteiras, camadas de mistura, camada limite, descolamento, efeitos de rotação, efeitos de estratificação do escoamento multifásico, efeitos de curvatura e interações diversas entre esses eventos (ARANTES, 2007).

A utilização de métodos numéricos diretos para a caracterização não permanente da turbulência em escoamentos sobre estrutura de geometrias complexas, muitas vezes torna impraticável a simulação numérica com os recursos computacionais atualmente disponíveis. Os custos seriam demasiadamente elevados, por necessitar de capacidades computacionais para geração de uma malha refinada o suficiente para alcançar as menores escalas e de processamento para resolver o sistema de equações, que seria excessivamente grande para se atingir o grau de precisão e de refinamento capazes de capturar todas as escalas da turbulência. Nesse contexto, torna-se indispensável para os casos estudados em situações típicas de engenharia o uso de modelos de turbulência, como para simulações de escoamentos em válvulas, canais e sistemas extravasores, por exemplo.

A descrição anterior se refere à simulação numérica direta, do inglês *Direct Numerical Simulation* – DNS. Neste tipo de simulação, as grandezas são resolvidas em função do tempo e do espaço sem o uso de aproximações para as equações de conservação de massa e de Navier-Stokes, uma vez que a turbulência é dependente do tempo e tridimensional, necessariamente.

Para as soluções das simulações, ao invés de serem usadas as equações para quantidades instantâneas, são aplicadas médias temporais ou são feitas manipulações para remover as pequenas escalas, originando um grupo modificado de equações mais simples computacionalmente para a resolução. No entanto, as equações modificadas possuem variáveis desconhecidas adicionais, que precisam de modelos de aproximação, onde para a determinação das variáveis adicionais podem ser usados os modelos de turbulência (CFX, 2013).

Quando são empregadas grandezas médias no lugar das grandezas instantâneas, são originadas as equações de Navier-Stokes com médias de Reynolds, geralmente chamadas de RANS, em uma abreviação de sua nomenclatura em língua inglesa

(*Reynolds Averaged Navier-Stokes Equations*).

Neste caso, as equações básicas de Navier-Stokes são modificadas com a substituição da variável instantânea por sua média mais a flutuação correspondente. Matematicamente, sendo o vetor velocidade ( $\vec{u}$ ) dividido numa componente média ( $\bar{u}$ ) e em uma flutuação em torno da média  $u'$ , como mostra a equação 54.

$$\vec{u} = \bar{u} + u' \quad (54)$$

Por meio de iterações com as equações de Navier-Stokes origina-se as equações de escoamento médio, que por sua vez, contêm termos que envolvem o produto de flutuações de velocidades em diferentes direções. E as equações de Navier-Stokes passam a se chamar de equações de Navier-Stokes com médias de Reynolds.

Para escoamentos incompressíveis e turbulentos com altos números de Reynolds, as equações de Navier-Stokes com RANS podem ser escritas na forma das equações 55 e 56.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{u}) = 0 \quad (55)$$

$$\frac{\partial \rho \bar{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{u} \bar{u}) = -\nabla p + \rho g + \nabla \cdot (\tau - \rho \overline{u' u'}) + S_M \quad (56)$$

Na adoção da abordagem via RANS, novas incógnitas surgem no processo algébrico devido às não linearidades dos termos advectivos. Essas novas incógnitas formam um tensor de segunda ordem, denominado tensor de Reynolds, com a seguinte forma  $\overline{u' u'}$ , o tensor das tensões viscosas,  $\tau = \mu \cdot \nabla \cdot \bar{u}$ , e o termo fonte da equação da quantidade de movimento linear,  $S_M$ , que pode incluir forças decorrentes de campos eletromagnéticos em estudos sobre magneto-hidrodinâmica.

Existem muitas variedades de modelos de viscosidade turbulenta. Dentre os existentes mais utilizados nas simulações numéricas, pode-se citar alguns, de acordo com a quantidade de equações diferenciais, onde o aumento do esforço computacional cresce de acordo com a elevação de número de equações diferenciais (ARANTES, 2007).

Os modelos de turbulência podem ser agrupados da seguinte forma: modelos de zero equações, que são modelos formados por equações algébricas; modelos de uma



equação diferencial; modelos de duas equações diferenciais; modelos de três ou mais equações diferenciais.

Como exemplo do uso de uma equação diferencial para a energia cinética turbulenta, tem-se o modelo de Spalart-Allmaras. Este modelo de turbulência é usado especificamente em estudos de aeronaves, por isso sua descrição não é oportuna neste trabalho (ARANTES, 2007).

Em um próximo nível, pode-se fazer referência aos modelos k- $\epsilon$ , RNG k- $\epsilon$  e k- $\omega$ , que possuem duas equações diferenciais na modelagem da turbulência.

O modelo de turbulência k- $\epsilon$  utiliza duas equações de transporte, uma para a energia cinética turbulenta (k) e outra para a taxa de dissipação de energia por unidade de massa ( $\epsilon$ ). É o mais conhecido entre os modelos que envolvem duas equações diferenciais de transporte, sendo também incorporado na maioria dos códigos comerciais de CFD (GABBI, 2013).

O modelo de turbulência RNG k- $\epsilon$  foi originado a partir do refinamento do modelo k- $\epsilon$ , que derivou diretamente das equações de Navier-Stokes instantâneas, usando uma técnica matemática denominada por “*Renormalization Group Method*” (RNG). É um modelo que também utiliza duas equações de transporte, no entanto possuem coeficientes distintos (GABBI, 2013).

O k- $\omega$  é um modelo que não usa as funções complexas não lineares de amortecimento, as quais são necessárias no modelo k- $\epsilon$ . No entanto, é mais robusto e exato. O modelo resolve duas equações de transporte, uma para a energia cinética de turbulência (k) e outra para a taxa de dissipação de energia por unidade de massa,  $\epsilon$ , dividida pela energia cinética turbulenta ( $\omega = \epsilon/k$ ) (GABBI, 2013).

Há também os modelos que foram construídos diretamente sobre as componentes do tensor de Reynolds, conhecidos como modelos de tensões de Reynolds, que contêm mais de duas equações diferenciais. Existem ainda os modelos de Simulação de Grandes Escalas (LES do inglês, *Large Eddy Simulation*) e os modelos de Simulação Híbridos (DES do inglês, *Detached Eddy Simulation*).

O modelo de turbulência SSG Reynolds Stress faz parte do grupo de modelos de tensões de Reynolds e é baseado em equações de transporte para todos os componentes do tensor de tensões de Reynolds e para a taxa de dissipação de

energia (GABBI, 2013).

Já a simulação de Grande Escalas é um tipo de modelagem que está entre a Simulação Numérica Direta e a aproximação pela Média de Reynolds aplicada às equações de Navier – Stokes. Neste modelo, as menores escalas são modeladas (ou seja, não são resolvidas diretamente com as equações de Navier-Stokes e conservação de massa) e as maiores são resolvidas com as equações, onde a modelagem recebe o nome de *Large Eddy Simulation* - LES (ARANTES, 2007).

A modelagem híbrida utiliza a boa descrição parietal de escoamentos turbulentos das metodologias RANS em conjunto com a melhor descrição dos escoamentos livres do LES. O modelo reúne as qualidades das duas metodologias, sendo o RANS aplicado junto às paredes e a LES nas regiões de separação ou escoamento cisalhante livre (SPODE, 2006).

### **5.1.2 Modelos Multifásicos**

Os modelos multifásicos são utilizados para representar as diferentes fases ou misturas dos fluidos presentes nos escoamentos e podem ser classificados em modelos multifásicos Euleriano-Euleriano ou Euleriano-Lagrangeano (CFX, 2013).

O modelo Euleriano-Euleriano considera duas ou mais fases de escoamento pelo método de Euler, onde as determinações das grandezas características do campo do escoamento são simuladas em função do tempo no volume de controle. Em contrapartida, o modelo Euleriano-Lagrangeano considera uma das fases na modelagem Euler e a outra na forma Lagrange, que isola o sistema e estuda o desenvolvimento individual de cada partícula (ROMA, 2006).

Os modelos multifásicos Euleriano-Euleriano ainda podem ser subdivididos em homogêneo e não-homogêneo (ou modelo de transferência entre fluidos) (CFX, 2013).

As distintas fases dos fluidos em um escoamento podem ser representadas pelas letras  $\beta$ ,  $\delta$ ,  $\gamma$ , etc. Para o cálculo do volume ocupado pela fase  $\beta$  ( $Vol_{\beta}$ ), contido em um pequeno volume ( $Vol$ ) nas vizinhanças de um ponto de fração de volume ( $r_{\beta}$ ) é dado pela equação 57 (CFX, 2013):

$$Vol_{\beta} = r_{\beta} \cdot Vol \quad (57)$$

A denotação de cada fase pode ser apresentada de acordo com o número total de fases ( $N_p$ ), em que  $\beta = 1$  a  $N_p$ .

A massa específica efetiva da fase ( $\tilde{\rho}_\beta$ ) pode ser encontrada pela equação 58, para o caso em que esta seja a única fase do escoamento, sendo,  $\rho_\beta$  a massa específica do fluido, escreve-se (CFX, 2013):

$$\tilde{\rho}_\beta = r_\beta \rho_\beta \quad (58)$$

A massa específica numa mistura pode ser encontrada por meio do somatório das massas específicas efetivas das fases, conforme equação 59. Já a pressão total numa simulação multifásica é calculada a partir da equação 60 (CFX, 2013).

$$\rho_m = \sum_{\beta} \rho_\beta r_\beta \quad (59)$$

$$P_{Tot} = P_{Est} + \sum_{\beta} \frac{1}{2} \rho_\beta r_\beta u_\beta^2 \quad (60)$$

Os modelos multifásicos não-homogêneos são caracterizados por possuírem um campo de solução em separado para cada fase, sendo cada fluido processado em seu campo de escoamento. As fases interagem através de um termo de transferência, que tendem a equilibrar as interfaces por meio do termo de arrasto e pela transferência de calor, quando esta faz parte da modelagem. As equações da continuidade e transporte da quantidade de movimento para esse tipo de modelo, respectivamente, são dadas pelas equações 61 e 62 (CFX, 2013).

$$\frac{\partial}{\partial t} (r_\beta \rho_\beta) + \nabla \cdot (r_\beta \rho_\beta u_\beta) = S_{MS\beta} + \sum_{\delta=1}^{N_p} \Gamma_{\beta\delta} \quad (61)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (r_\beta \rho_\beta u_\beta) + \nabla \cdot (r_\beta (\rho_\beta u_\beta u_\beta)) = & - r_\beta \nabla P_\beta + \nabla \cdot (r_\beta \mu_\beta (\nabla u_\beta + (\nabla u_\beta)^T)) + \\ & \sum_{\delta=1}^{N_p} (\Gamma_{\beta\delta}^+ u_\delta - \Gamma_{\delta\beta}^+ u_\beta) + S_{M\beta} + M_\beta \end{aligned} \quad (62)$$

Nessas equações,  $S_{MS\beta}$  significa uma fonte de massa,  $\Gamma_{\beta\delta}$  a taxa de fluxo de massa

por unidade de volume da fase  $\delta$  para a fase  $\beta$ ,  $S_{M\beta}$  o termo fonte da quantidade de movimento devido as forças externas,  $M_\beta$  a força interfacial que age na fase  $\beta$  devido a presença de outra fase e o termo  $\Gamma_{\beta\delta}^+ u_\delta - \Gamma_{\delta\beta}^+ u_\beta$  corresponde à transferência de quantidade de movimento induzida pela transferência de massa.

### 5.1.3 Transferência de Massa na Interface

A transferência de massa acontece quando a massa de uma fase é transferida para outra através da interface. É um mecanismo aplicado tanto no modelo multifásico homogêneo, quanto no não-homogêneo. Sua representação na equação da continuidade ocorre pelo termo fonte, conforme a equação 63 (CFX, 2013).

$$\frac{\partial}{\partial t}(r_\beta \rho_\beta) + \nabla \cdot (r_\beta \rho_\beta u_\beta) = S_\beta + \Gamma_\beta \quad (63)$$

A Fonte de massa por unidade de volume na fase  $\beta$  ( $\Gamma_\beta$ ), ocasionada devido a transferência de massa na interface, é calcula pelas equações 64 e 65 (CFX, 2013).

$$\Gamma_\beta = \sum_{\delta=1}^{N_p} \Gamma_{\beta\delta} \quad (64)$$

Sendo:

$$\Gamma_{\beta\delta} = -\Gamma_{\delta\beta} \rightarrow \sum_{\delta=1}^{N_p} \Gamma_\beta = 0 \quad (65)$$

Mantendo a indicação de direção do processo de transferência de massa, pode-se escrever a equação 66 (CFX, 2013):

$$\Gamma_{\beta\delta} = \Gamma_{\beta\delta}^+ - \Gamma_{\delta\beta}^+ \quad (66)$$

Com  $\Gamma_{\beta\delta}^+ > 0$ , a taxa de fluxo de massa é positiva por unidade de volume da fase  $\delta$  para a fase  $\beta$ . E comumente, a transferência de massa interfacial é demonstrada como uma fonte de massa no volume de controle em termos de taxa de fluxo de massa por unidade de área da fase  $\delta$  para fase  $\beta$ , conforme apresentada na equação 67 (CFX, 2013).

$$\Gamma_{\beta\delta} = \dot{m}_{\beta\delta} A_{\beta\delta} \quad (67)$$

#### 5.1.4 Modelo de Mistura

No modelo de mistura, as faces  $\beta$  e  $\delta$  são consideradas como simétricas. A área interfacial pode ser calculada em função de uma escala de comprimento na interface, pela equação 68 (CFX, 2013).

$$A_{\beta\delta} = \frac{r_{\beta}\Gamma_{\delta}}{d_{\beta\delta}} \quad (68)$$

Considerando duas fases no sistema, pode-se encontrar a escala de comprimento na interface com a aplicação da equação 69. As equações 70 e 71 apresentam as relações entre os coeficientes adimensionais de transferência entre as fases com o número de Reynolds de mistura e número Prandtl, respectivamente (CFX, 2013).

$$d_{\beta\delta} = \frac{r_{\beta}d_{\delta} + r_{\delta}d_{\beta}}{6} \quad (69)$$

$$Re_{\beta\delta} = \frac{\rho_{\beta\delta}|U_{\delta} - U_{\beta}| d_{\beta\delta}}{\mu_{\beta\delta}} \quad (70)$$

$$Pr_{\beta\delta} = \frac{\mu C_{P\beta\delta}}{\lambda_{\beta\delta}} \quad (71)$$

em que,  $\rho_{\beta\delta}$ ,  $\mu_{\beta\delta}$ ,  $C_{P\beta\delta}$  e  $\lambda_{\beta\delta}$ , respectivamente, são massa específica, viscosidade, capacidade específica de calor e a condutividade térmica de uma mistura. Parâmetros que podem se relacionar conforme as equações 72 e 73.

$$\rho_{\beta\delta} = r_{\beta}\rho_{\beta} + r_{\delta}\rho_{\delta} \quad (72)$$

$$\mu_{\beta\delta} = r_{\beta}\mu_{\beta} + r_{\delta}\mu_{\delta} \quad (73)$$

#### 5.1.5 Discretização Numérica

O ANSYS CFX® nas resoluções numéricas utiliza o método dos volumes finitos descrito para uma malha computacional, a qual discretiza o domínio computacional que representa geometricamente o modelo físico em estudo por meio de linhas e

pontos.

No método dos volumes finitos a malha discretizada no domínio é dividida em pequenas sub-regiões, chamadas de volumes de controle. Em cada nó da malha existe um grupo de superfícies que compreende o volume finito e todas as informações relevantes, variáveis e propriedades do fluido são armazenados nele.

A forma média das equações de conservação de massa, quantidade de movimento e de uma variável escalar podem ser visualizadas em coordenadas cartesianas nas equações 74 a 76 (CFX, 2013).

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (74)$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j u_i) \right) = \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu_{\text{eff}} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right) \quad (75)$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j \phi) \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma \left( \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) \right) + S_\phi \quad (76)$$

Empregando o método dos volumes finitos, as equações diferenciais parciais são integradas sobre cada volume de controle que compõe a malha. Aplicando-se o teorema de divergência de Gauss, as equações integrais de volume são convertidas em integrais de superfície, onde os volumes de controle passam a não deformar com o tempo. A derivada do tempo é desprezada da integral, conforme apresentado nas equações 77 a 79 (CFX, 2013).

$$\frac{d}{dt} \int_{V_c} \rho d\text{Vol} + \int_{S_c} \rho u_j dn_j \quad (77)$$

$$\frac{d}{dt} \int_{V_c} \rho u_i d\text{Vol} + \int_{S_c} \rho u_j u_i dn_j = - \int_{S_c} P dn_j + \int_{S_c} \mu_{\text{eff}} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) dn_j + \int_{V_c} S_{u_i} d\text{Vol} \quad (78)$$

$$\frac{d}{dt} \int_{V_c} \rho \phi d\text{Vol} + \int_{S_c} \rho u_j \phi dn_j = \int_{S_c} \Gamma \left( \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) dn_j + \int_{V_c} S_\phi d\text{Vol} \quad (79)$$

Para resolver as integrais de superfícies numericamente é necessário fazer aproximações com o uso de funções discretas. A partir dos pontos de integração ( $ip_n$ ), localizados no centro de cada superfície que cerca o volume finito, ver Figura 22,

surtem as integrais discretas, equações 80 a 83.

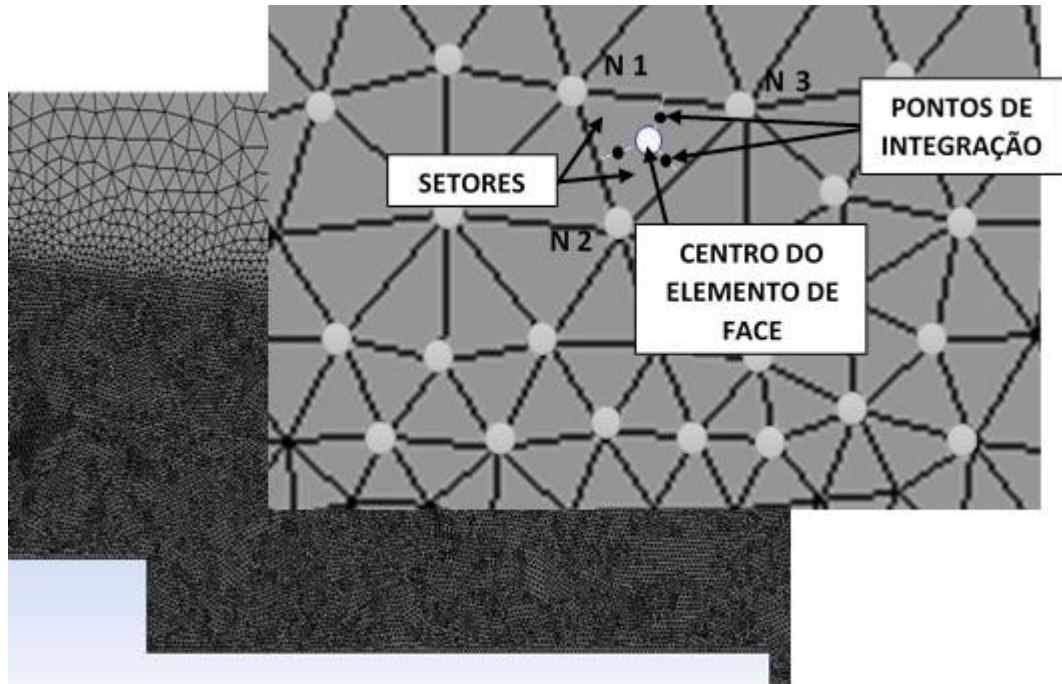


Figura 22 – Elemento de malha isolado

$$\rho \text{Vol} \left( \frac{\rho - \rho^0}{\Delta t} \right) + \sum_{ip} (\rho u_j \Delta n_j)_{ip} = 0 \quad (80)$$

$$\rho \text{Vol} \left( \frac{u_i - u_i^0}{\Delta t} \right) + \sum_{ip} \dot{m}_{ip} (u_i)_{ip} = \sum_{ip} (P \Delta n_i)_{ip} + \sum_{ip} \left( \mu_{\text{eff}} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \Delta n_j \right)_{ip} + \overline{S_{u_i}} \text{Vol} \quad (81)$$

$$\rho \text{Vol} \left( \frac{\phi - \phi^0}{\Delta t} \right) + \sum_{ip} \dot{m}_{ip} \phi_{ip} = \sum_{ip} \left( \Gamma \left( \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) \Delta n_j \right)_{ip} + \overline{S_{\phi}} \text{Vol} \quad (82)$$

$$\text{Vol} \left( \frac{\rho u_i - \rho^0 u_i^0}{\Delta t} \right) + \sum_{ip} \dot{m}_{ip} (u_i)_{ip} = \sum_{ip} (P \Delta n_i)_{ip} + \sum_{ip} \left( \mu_{\text{eff}} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \Delta n_j \right)_{ip} + \overline{S_{u_i}} \text{Vol} \quad (83)$$

em que Vol é o volume de controle, ip indica um ponto de integração pertencente ao volume finito e  $\Delta n_i$  vetor de superfície discreto, sendo  $\dot{m}_{ip}$  o fluxo de massa sobre uma superfície do volume finito, que pode ser encontrado pela equação 84.

$$\dot{m}_{ip} = (\rho u_j \Delta n_j)_{ip}^0 \quad (84)$$

Como resultado da discretização, as equações algébricas de primeira ordem são

resolvidas por iteração até convergir ao valor residual pré-estabelecido. O processo de integração faz com que as quantidades de massa, movimento, energia e outros, sejam conservados em valores distintos para cada volume de controle, levado em consideração nas resoluções a interface com os volumes vizinhos. Desta maneira, possibilitando obter uma aproximação do valor de cada variável nos pontos específicos do domínio, que em conjunto produzem a representação completa do comportamento do escoamento (SILVA, 2019).

Em cada iteração é fornecido um erro ou resíduo para cada variável dependente, representado pelo erro médio quadrático (RMS – *Root Mean Square*) ou pelo valor residual máximo normalizado no domínio (MAX), que tente a diminuir quando há convergência.

## **5.2 Metodologia aplicada ao escoamento em quedas sucessivas**

Para dar início ao processo de utilização do código Ansys CFX® foi necessário definir alguns parâmetros para a construção dos modelos, como: dimensões do domínio, modelo turbulência, geração da malha, condições de contorno, caracterização dos fluidos e condições do escoamento.

Na construção da geometria, o domínio foi desenhado com o programa *Workbench* da Ansys e a geração da malha foi realizada com o CFX- *Mesh*.

### **5.2.1 Definição da Geometria**

Os domínios computacionais foram definidos de maneira que se estabelecesse a ocorrência do regime de escoamento em quedas sucessivas sobre os degraus, sem a formação de ressalto hidráulico, utilizando os adimensionais  $s/l$  e  $s/h_c$ .

Os adimensionais  $s/l$  e  $s/h_c$  selecionados tiveram como referência o gráfico elaborado por Simões *et al.* (2011), que reúne resultados experimentais de diversos autores para a previsão dos diferentes regimes de escoamento, citados em sua legenda. Foram escolhidos sete pontos situados em regiões próximas ao regime de transição, de maneira a garantir que estejam na faixa do regime de escoamento em quedas sucessivas sem ressalto hidráulico, conforme pode ser visualizado na Figura 23.



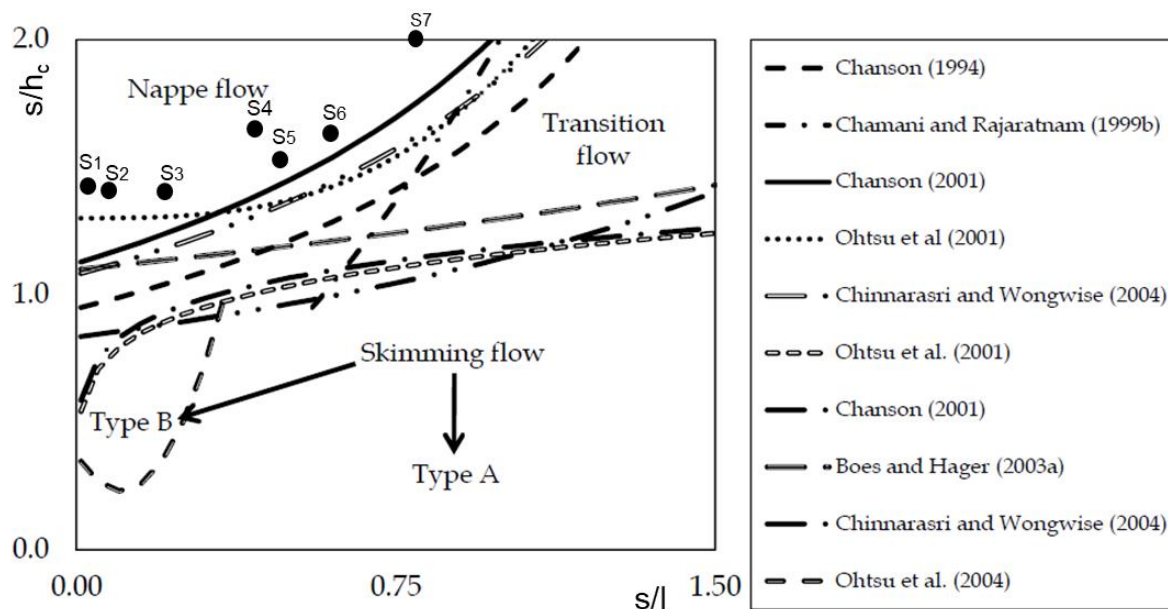


Figura 23 – Domínios computacionais selecionados  
Fonte: adaptado de Simões *et al.* (2011).

Especificamente, os pontos das simulações 1, 3 e 4 foram selecionados por terem sido estudados, respectivamente, por Chanson (2002), Felder *et al.* (2019), Pinheiro e Fael (2000) e Horner (1969). A Tabela 2 apresenta as características das sete simulações estudadas.

Tabela 2 – Dados do domínio das simulações numéricas

Simulação	$s/l$	$s/h_c$	$\alpha$ (°)	$s$ (m)	$l$ (m)	$Z$ (m)
1	0,0594	1,43	3,39	0,143	2,41	1,14
2	0,1000	1,40	5,71	0,200	2,00	4,80
3	0,2500	1,39	14,04	0,200	0,80	8,00
4	0,4200	1,63	22,78	0,200	0,48	4,00
5	0,5000	1,50	26,57	0,200	0,40	4,00
6	0,5970	1,59	30,84	0,200	0,34	3,00
7	0,8000	2,00	38,66	0,200	0,25	3,00

Um dos domínios computacionais utilizados para representar o canal em degraus nas simulações é apresentado na Figura 24.

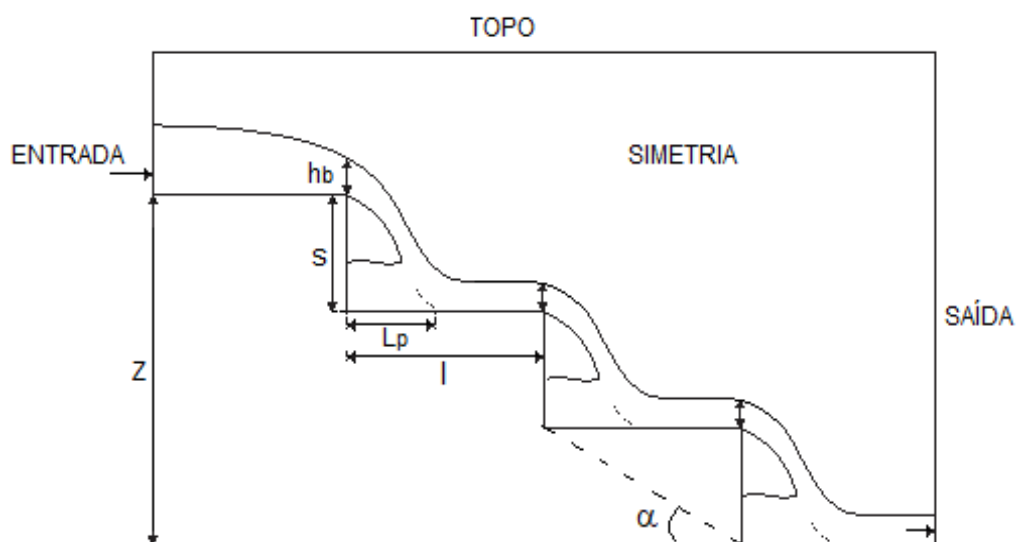


Figura 24 - Domínio computacional, condições de contorno e definições

A condição de contorno de entrada foi imposta com a velocidade média correspondente à vazão simulada, com a fração volumétrica de água igual à unidade (apenas água é admitida através da entrada).

O topo do domínio foi considerado aberto, permitindo apenas o escoamento de ar. Neste caso, quando o domínio é aberto significa que o fluido pode escoar para fora ou para dentro, conforme as condições do escoamento.

A extremidade de jusante do canal está aberta para água e ar, condição imposta com derivadas nulas e adequada para saídas com escoamentos supercríticos quando se considera a parte hiperbólica das equações, em analogia, por exemplo, às equações de Saint-Venant. Dessa forma, a altura de escoamento na saída é calculada, sendo parte da solução do problema.

Nas faces laterais do domínio, buscando garantir a característica bidimensional, foi usada a simetria e uma malha com elementos cujas dimensões não fossem menores que a largura do domínio. Desta maneira, assume-se que os resultados sejam representativos de uma condição correspondente a um canal largo, ou seja, com largura muito maior que a altura de escoamento de tal maneira que a influência das paredes não seja significativa.

Caso a simulação representasse a condição real de largura de um canal ou vertedouro, as malhas seriam tridimensionais, elevando sobremaneira o custo computacional. A aproximação bidimensional é razoável para a maior parte dos canais em degraus de sistemas extravasores e canais de sistemas de drenagem, uma vez

que para essas estruturas as alturas de escoamento são proporcionalmente muito menores em relação a largura.

Os pisos e espelhos dos degraus foram desenhados como contornos sólidos tratados com lei de parede e rugosidade absoluta equivalente igual a 0,2 mm, que corresponde ao concreto armado liso, segundo Porto (2006).

### **5.2.2 Definição da Malha**

Na geração da malha computacional, a qual serve para representar o plano físico utilizado na simulação numérica, buscou-se obter a maior divisão possível do domínio em pontos discretos.

A fim de alcançar resultados mais fidedignos aos modelos estudados e com boa representatividade, foi necessário realizar um teste de convergência na malha. Que por sua vez, objetivou conseguir um nível de refinamento a partir do qual um refinamento superior não corresponderia a mudanças em algarismos significativos das variáveis de interesse, como a altura de escoamento.

A seleção do refinamento da malha foi realizada com refinamentos sucessivos e comparação entre os resultados.

Para o teste de convergência foram adotadas quatro malhas não estruturadas com 15.161 a 263.000 elementos. O modelo de turbulência adotado inicialmente foi o modelo k- $\epsilon$  em conjunto com o modelo multifásico não homogêneo. O modelo de turbulência k- $\epsilon$  foi escolhido por ser um dos modelos mais utilizados em simulações numéricas para representar escoamentos sobre os degraus, como pode ser visto nos trabalhos de Tabbara *et al.* (2005), Arantes (2007), Jahromi *et al.* (2010), Lobosco *et al.* (2011), Simões (2012), Hamedi *et al.* (2016) e Salmasi e Samadi (2018).

O domínio adotado, com as condições de contorno ilustradas na Figura 25, foi definido a partir das características do experimento de Rajaratnam e Chamani (1995), com  $h_c = 0,0884$  m e  $s = 0,25$  m, incluindo um aerador e uma variável  $L_p$ , tal como foram empregados pelos referidos autores. A variável  $L_p$  foi considerada como o ponto de estagnação do escoamento no piso do degrau. Essa variável foi definida por Rajaratnam e Chamani (1995) como sendo a posição em que o escoamento se divide em uma parte que segue para jusante e outra que se desloca para montante, tendo

vido empregada a injeção de corante para a sua visualização. Trata-se de uma posição média, uma vez que o escoamento turbulento oscila para montante e para jusante (informação pessoal)<sup>1</sup>. A posição do ponto de estagnação também foi empregada por Lin *et al.* (2007).

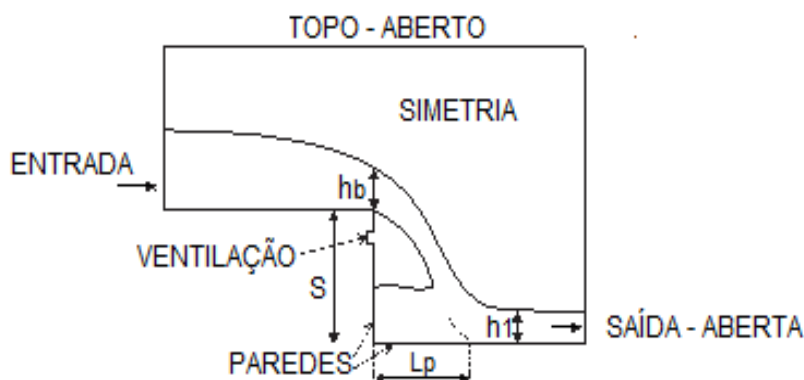


Figura 25 – Condições de contorno e definição de variáveis

Na análise dos resultados encontrados, para comparação, foram calculadas as profundidades na quina do canal ( $h_b$ ) para  $C = 0,90$ . A altura do escoamento para uma fração de vazios em 90% ( $C = 0,90$ ), corresponde à altura de escoamento bifásica na interface entre o ar e líquido.

Os valores calculados de  $h_b$  em  $C = 0,90$  foram adotados como padrão, uma vez que, em estudos experimentais sobre vertedouros em degraus, esse parâmetro é utilizado para definir a posição da interface ar-água, como pode ser visto em Boes e Hager (2003), Gonzalez e Chanson (2008) e Felder *et al.* (2019), por exemplo.

A partir das simulações, foram obtidos os seguintes resultados: para 15.161 elementos,  $h_b = 0,06673$  m; para 42.000 elementos,  $h_b = 0,06556$  m; para 94.800 elementos,  $h_b = 0,06492$  m e, para 263.000 elementos,  $h_b = 0,06449$  m. As diferenças relativas entre os sucessivos resultados são 1,78%; 0,99% e 0,66%. Tais diferenças correspondem a 1,17 mm, 0,643 mm e 0,427 mm.

Analisando as diferenças relativas, é possível observar que com o refinamento da malha elas decrescem e apresentam valores pequenos. Baseado nisso, foram adotadas malhas com número de elementos que correspondem a diferenças relativas menores que 1% (malhas  $\geq 94.800$  elementos ou 191.212 nós).

<sup>1</sup> Schulz, H.E.; Rajaratnam N. Mensagem recebida por [andrezsimo@outlook.com](mailto:andrezsimo@outlook.com) em 18 de dezembro de 2019.

Para melhor se adequar as irregularidades na distribuição dos pontos no domínio computacional, foram adotadas as malhas do tipo não estruturada. A malha não estruturada pode apresentar em sua constituição vários triângulos de diferentes formas, para problemas de duas dimensões, e tetraedros para problemas de três dimensões. Segundo Munson *et al.* (2010), este tipo de malha é a mais recomendada para geometrias complexas, são mais flexíveis e têm um arranjo de volumes internos irregulares, não possuem um padrão na sua disposição, sendo mais precisas que as ortogonais para aproximações de superfícies curvas, por exemplo.

As malhas refinadas por muitas vezes não conseguiram ser geradas, ficavam processando um pouco mais 48 horas e nas finalizações apresentavam erro. Em alguns casos, o programa conseguiu gerar as malhas, porém com números de elementos altos, oferecendo resultados incompatíveis com a versão estudante, sendo que na etapa de processamento não realizava os cálculos numéricos. Para as simulações com domínios maiores foi necessário fazer o uso da versão acadêmica, disponibilizada pela universidade.

Buscando refinar adequadamente e preservar a qualidade da malha com custo computacional adequado, também foi adotada a estratégia de dividir o domínio em regiões, de tal maneira que ela fosse mais refinada próxima ao escoamento da água e em sua vizinhança, região de interesse, e mais grosseira em regiões mais afastadas, com menor interesse para os resultados a serem encontrados.

A visualização da divisão do domínio pode ser vista na Figura 26 e o modelo de refinamento da malha na Figura 27.

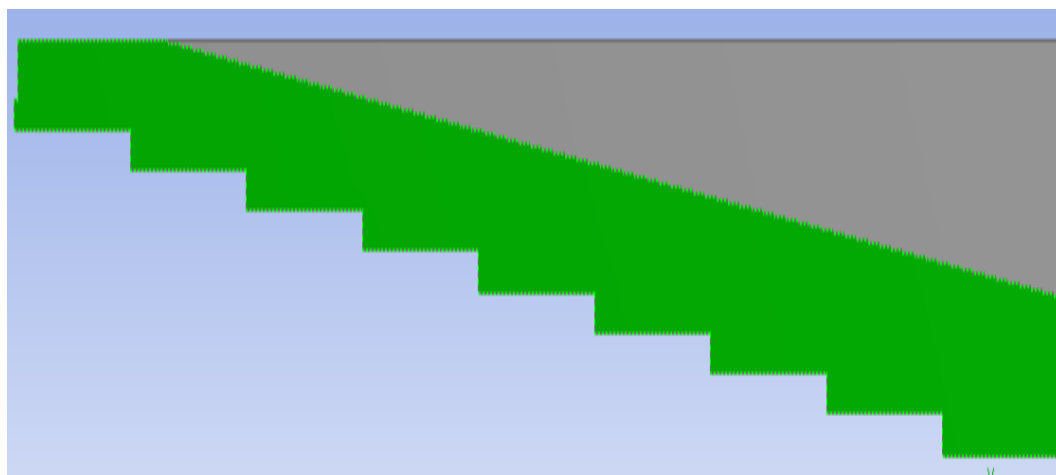


Figura 26 – Divisão do domínio

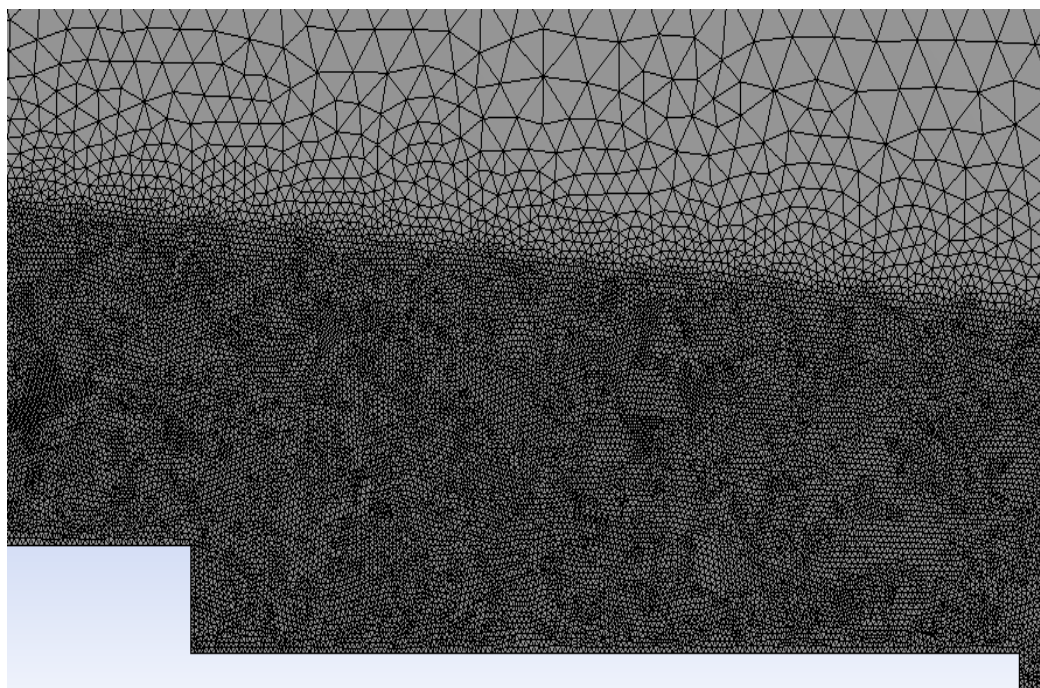


Figura 27 – Refinamento da malha

### 5.2.3 Definição do Modelo de Turbulência

Quando se trata da simulação do escoamento em quedas sucessivas sem ressalto hidráulico, há pouca informação disponível na literatura sobre qual modelo de turbulência é o mais adequado, sendo este um aspecto abordado no presente trabalho pela comparação de simulações com dados experimentais disponíveis na literatura.

Na definição dos critérios de turbulência teve-se como referência o trabalho do físico-matemático Andrey Nikolaevich Kolmogorov (1903-1987), especificamente o artigo publicado no ano 1941, que contém importantes contribuições ao estudo da turbulência, dentre as quais estão as definições para as microescalas de comprimento e velocidade dos menores turbilhões. Com essas definições, é possível relacionar as suas microescalas com as grandes escalas por meio do número de Reynolds das grandes escalas de acordo com a equação 85 (SIMÕES, 2012):

$$\frac{n'}{L} = Re^{-3/4} \quad (85)$$

Onde  $n'$  corresponde a microescala de comprimento de Kolmogorov,  $L$  ao

comprimento característico das grandes escalas e  $Re$  o número de Reynolds das grandes escalas. O número de Reynolds para escoamento do tipo quedas sucessivas pode ser calculado pela equação 86. Considerando que o canal retangular é largo e possui raio hidráulico aproximadamente igual a altura de escoamento, tem -se a equação 87.

$$Re = \frac{VD_h}{\nu} = \frac{4VR_h}{\nu} \quad (86)$$

$$Re = \frac{4Vh}{\nu} = \frac{4q}{\nu} \quad (87)$$

Empregando a teoria de Kolmogorov para as estimativas dos números de graus de liberdade das simulações, assumindo que a altura crítica seja o comprimento característico das grandes escalas e que a equação 85 deve ser elevada ao quadrado na verificação para escoamento bidimensional e ao cubo para escoamento tridimensional, são obtidos resultados da ordem, respectivamente, de  $10^{12}$  e  $10^{18}$  (LANDAU; LIFSHITZ, 1987).

Tais condições, incluindo a característica não permanente da turbulência, tornam impraticável a simulação numérica direta com os recursos computacionais atualmente disponíveis. A simulação numérica direta resolveria o escoamento variável, calculando as estruturas turbulentas de grandes dimensões até aquelas das menores escalas.

Para selecionar o modelo de turbulência mais adequado foram avaliados três, a saber:  $k-\varepsilon$ , RNG  $k-\varepsilon$  e SSG Reynolds Stress, os quais são frequentemente utilizados na representação de turbulência em escoamentos sobre degraus de superfície livre (TABBARA *et al.*, 2005; ARANTES, 2007; JAHROMI *et al.*, 2008; POPE, 2009; BOMBARDELLI *et al.*, 2010; LOBOSCO *et al.*, 2011; NIKSERESHT *et al.*, 2013; HAMED *et al.*, 2016; SALMASI; SAMADI, 2018).

Nas simulações de verificação dos modelos de turbulência foram mantidos os domínios da malha refinada com 94.800 elementos, conforme definido anteriormente na seleção da malha. Observando os resultados foi possível concluir que o modelo  $k-\varepsilon$  apresentou uma estabilização mais rápida das variáveis, em torno de 500 iterações, sem oscilações e com resíduos muito menores, da ordem de  $10^{-5}$ . O modelo RNG  $k-\varepsilon$  estabilizou em 784 iterações, com resíduos RMS da ordem de  $10^{-5}$ . Já para o modelo SSG Reynolds Stress, os valores começaram oscilar em torno de  $10^{-4}$  a partir de 2.000

iterações, estabilizando as variáveis em 2.718 iterações.

De acordo com os resultados, tendo em vista que o tempo de processamento das simulações aumentam com a complexidade das características geométricas das estruturas, definiu-se o modelo  $k-\varepsilon$  para a realização das simulações. Sendo o modelo mais simples e que pode apresentar uma diferença significativa no tempo de processamento, onde obteve-se 56,8% a menos de iterações, principalmente quando forem aplicados em estruturas maiores.

Nestas condições obtiveram-se as seguintes alturas na quina do degrau para  $C = 0,90$ :  $h_b = 0,06492$  m com o modelo  $k-\varepsilon$ ;  $h_b = 0,06475$  m com o modelo RNG  $k-\varepsilon$  e  $h_b = 0,06435$  m com o modelo SSG Reynolds Stress. Para o modelo  $k-\varepsilon$  como referência, os seguintes desvios foram avaliados: 0,26% ou 0,17 mm comparado ao RNG  $k-\varepsilon$  e 0,88% ou 0,57 mm quando comparado ao SSG Reynolds Stress. Esses valores são menores ou da ordem do valor da incerteza atrelada às medições de alturas de escoamento, condição que indica a adequação do modelo escolhido para as simulações da posição da superfície livre.

Ainda para uma segunda análise, os resultados obtidos com o modelo  $k-\varepsilon$  foram comparados aos resultados obtidos em domínios semelhantes aos empregados por Moore (1943), com  $s = 0,15$  m, e Rajaratnam e Chamani (1995), com  $s = 0,25$  m. A Figura 28 mostra os resultados relativos à energia dissipada adimensional, tal como expressa na equação 19, com  $Z = s$  e altura de escoamento definida em  $C = 0,90$ . Observa-se aderência entre teoria e dados experimentais.

Os dados correspondentes ao ponto de estagnação adimensional são apresentados na Figura 28b em comparação aos resultados obtidos numericamente. Mais uma vez, nota-se razoável concordância entre as abordagens, o que justifica a escolha do modelo  $k-\varepsilon$ .



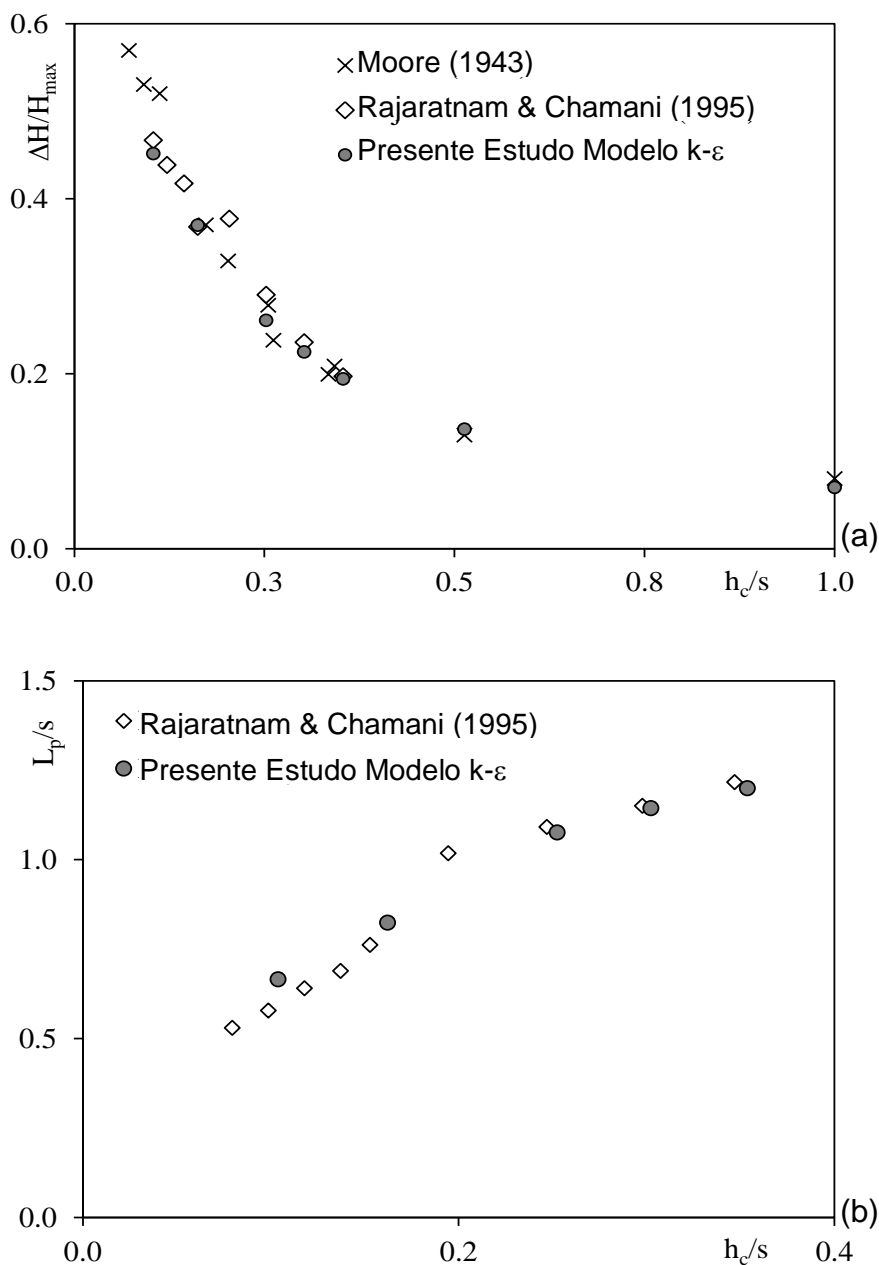


Figura 28 - Resultados numéricos obtidos com o  $k-\epsilon$  em comparação aos dados experimentais de Moore (1943) e Rajaratnam e Chamani (1995).

Por oferecer bons resultados, neste trabalho foi utilizado o modelo de turbulência  $k-\epsilon$  nos domínios discretizados com número de elementos aproximadamente igual a 500.000 elementos, valor máximo permitido pela licença estudante do código empregado.

#### 5.2.4 Condições das Simulações

Nas condições iniciais de uma simulação devem ser inseridas as grandezas do escoamento no instante inicial. Como as simulações realizadas neste trabalho

correspondem ao regime permanente, essas condições não foram empregadas. Além das condições iniciais, devem ser especificadas as condições de contorno. As variáveis correspondentes à condição de contorno à entrada foram impostas para a condição de escoamento crítico, ou seja, a velocidade crítica e a altura crítica, conforme pode acontecer em sub-regime tipo NA3.

A Tabela 2 apresentada anteriormente contém as informações sobre os domínios e a Tabela 3 contém os valores especificados para as entradas. As equações 88 e 89 relacionam as variáveis do escoamento crítico. Além disso, para cada simulação, foram calculados os números de Froude com as alturas de escoamento sobre as quinas dos degraus e as correspondentes alturas relativas à altura crítica,  $Z/h_c$ .

$$q = \sqrt{gh_c^3} \quad (88)$$

$$V = \frac{q}{h_c} \quad (89)$$

Tabela 3 – Dados de entrada das simulações numéricas e intervalos para Froude e  $Z/h_c$ .

Simulação	q (m <sup>2</sup> /s)	V <sub>c</sub> (m/s)	h <sub>c</sub> (m)	Fr	Z/h <sub>c</sub>
1	0,10	0,99	0,10	1,6 – 3,4	0 – 11,4
2	0,17	1,13	0,14	1,5 – 3,8	0 – 33,6
3	0,17	1,14	0,14	1,5 – 4,0	0 – 55,6
4	0,14	0,90	0,12	1,6 – 4,4	0 – 32,5
5	0,15	1,13	0,13	1,6 – 4,1	0 – 30,0
6	0,14	0,70	0,13	1,8 – 4,2	0 – 23,8
7	0,10	0,99	0,10	1,7 – 4,0	0 – 30,0

Os escoamentos simulados são multifásicos, constituídos de água e ar. Para o fluido contínuo ser caracterizado em fases, foram utilizadas massas específicas distintas, sendo que a massa específica média do ar foi considerada o valor de 1,185 kg/m<sup>3</sup> e da água 997 kg/m<sup>3</sup>.

Para a aceleração da gravidade foi adotado valor igual a 9,806 m/s<sup>2</sup>. Já como referência, para que todas as pressões calculadas representem uma relação com a pressão relativa, foram adotadas pressões nulas nos contornos do topo e na saída do domínio, os quais estão abertos para a pressão do ar.

As simulações foram realizadas em regime permanente, aplicando os esquemas

numéricos de alta resolução para os termos advectivos e para turbulência, proporcionando, dessa maneira, resultados melhores nas simulações, apresentando esquemas mais robustos numericamente.

Durante o processamento das soluções numéricas foram avaliadas a convergência dos resultados numéricos por meio do monitoramento do erro médio quadrático (RMS) ou o valor residual máximo normalizado no domínio (MAX), que tendem a diminuir a cada iteração. Nas simulações realizadas neste trabalho utilizou-se a opção RMS com valor para objetivo de convergência de  $10^{-5}$  e foi assumido o número máximo de 1000 iterações.

### 5.3 Resultados das Simulações

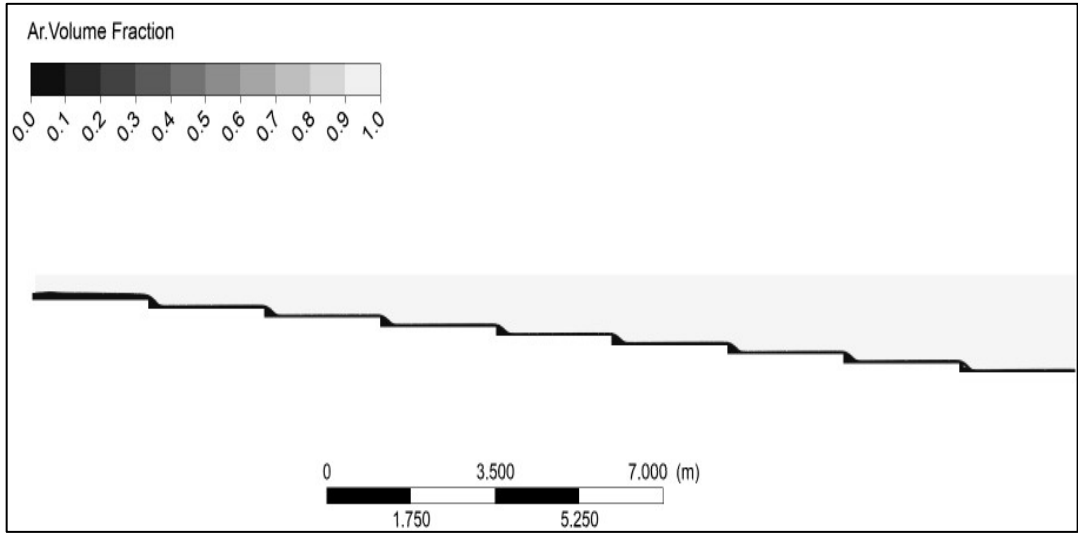
A etapa de pós-processamento envolve o processo de tratamento e apresentação das variáveis de interesse, como os campos de pressão, velocidade e demais grandezas escalares ou vetoriais pertinentes ao estudo.

Os resultados obtidos podem ser visualizados por meio de diferentes recursos, como gráficos de cores, campos vetoriais, linhas de corrente, entre outros. A visualização pode ser feita em todo o domínio ou em regiões específicas.

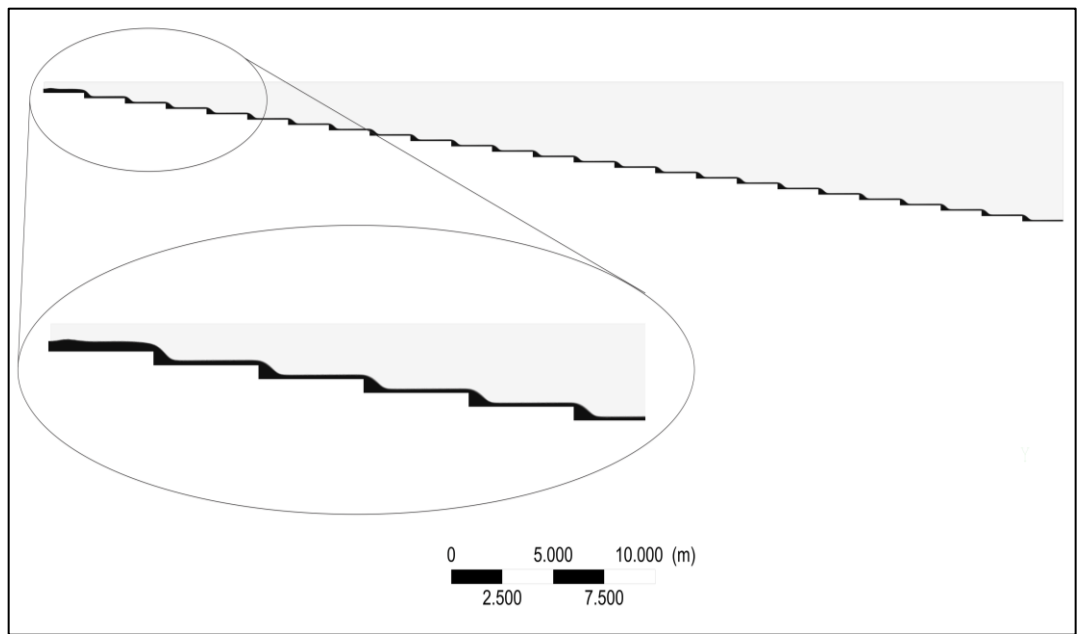
Após o término dos cálculos, com a convergência e finalização do processamento, foi possível observar que os resultados das simulações estão de acordo com os padrões de escoamentos em quedas sucessivas sem formação de ressalto hidráulico. Mostram que há concordância com as previsões encontradas na literatura, Chanson (2002), e pela metodologia proposta por Simões *et al.* (2011), baseadas em estudos experimentais.

Nos padrões calculados foram identificados a presença de trechos de escoamento com superfície livre paralela ao piso do degrau em quase todas as simulações. Em todos os casos, por não terem sido empregados os aeradores de fundo as cavidades abaixo do pseudo fundo permaneceram plenamente preenchidas com água.

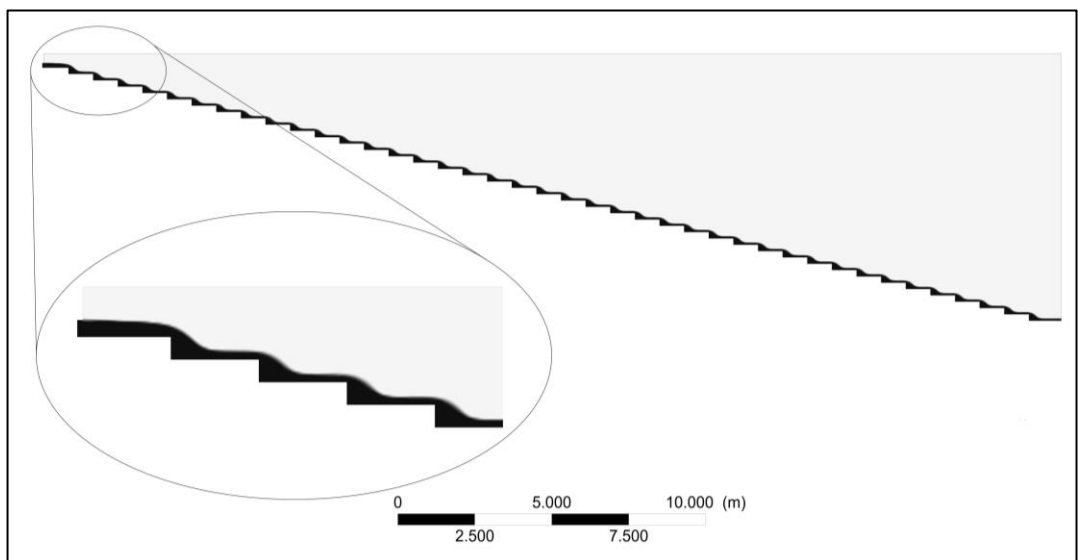
Os perfis dos escoamentos pós-processados, conforme ilustrados na Figura 29, são representados aqui com o uso do campo de fração volumétrica de ar.



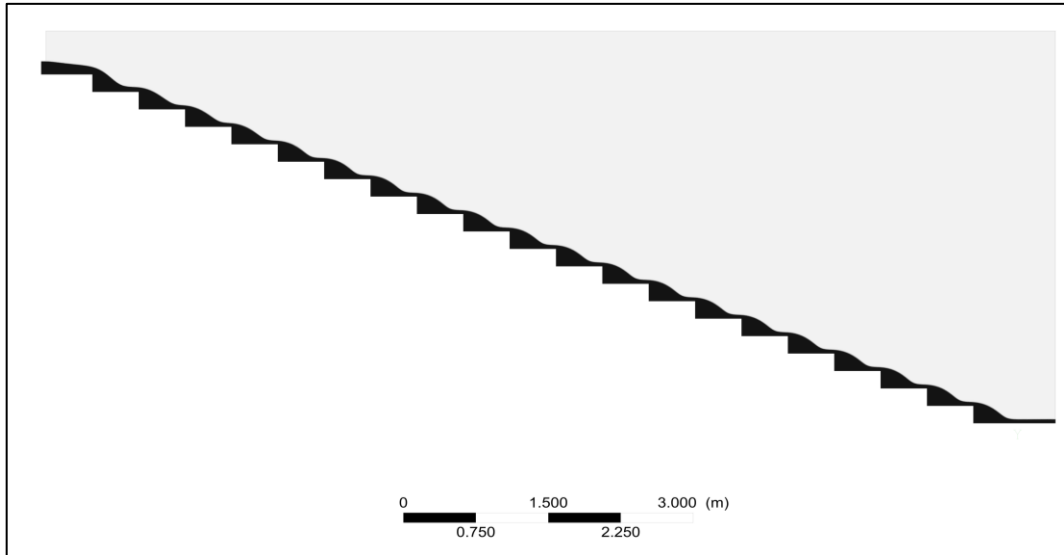
(a)



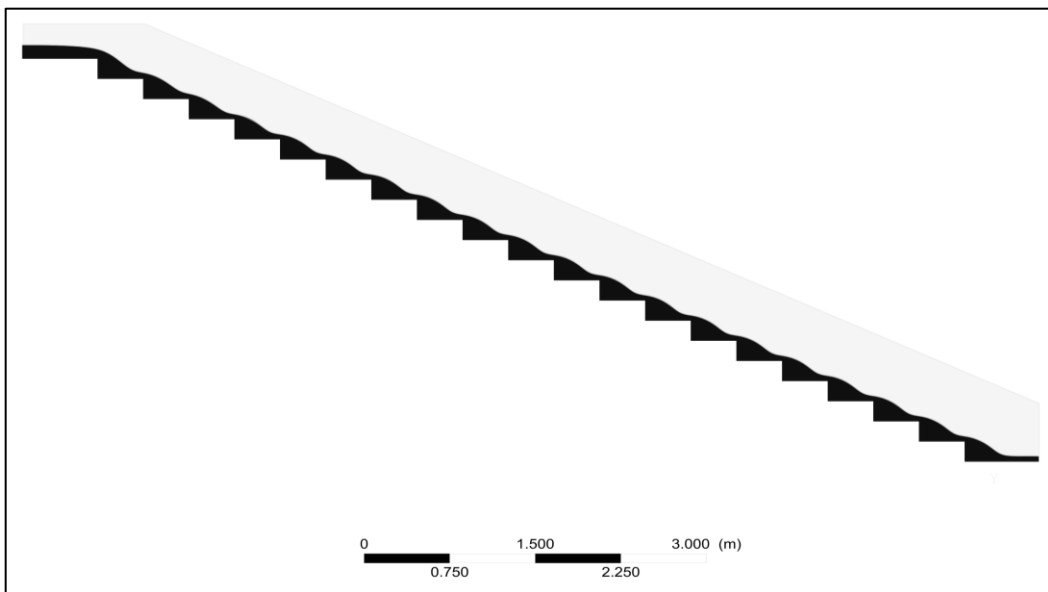
(b)



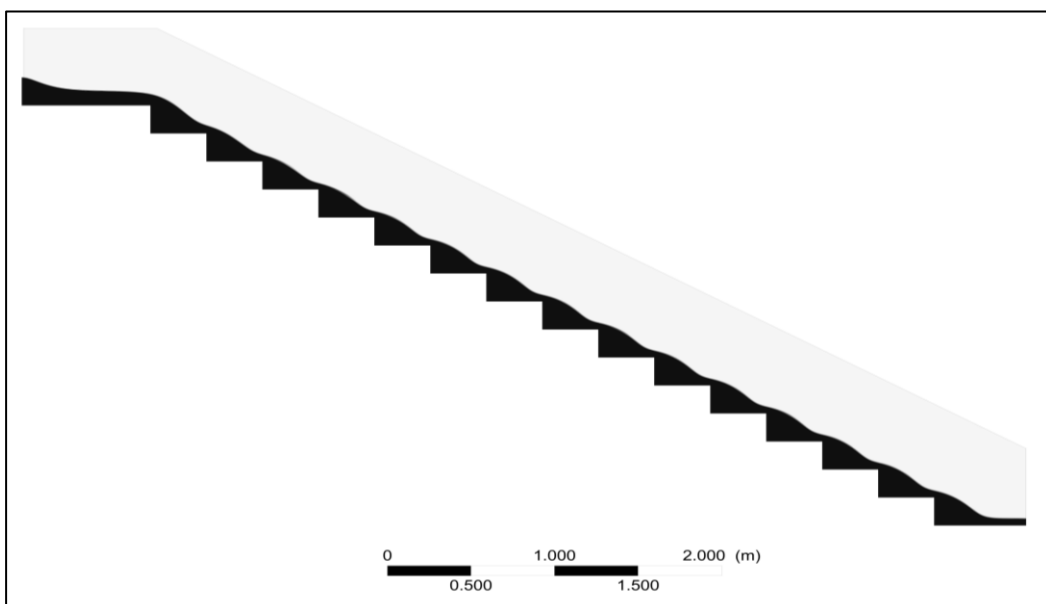
(c)



(d)



(e)



(f)

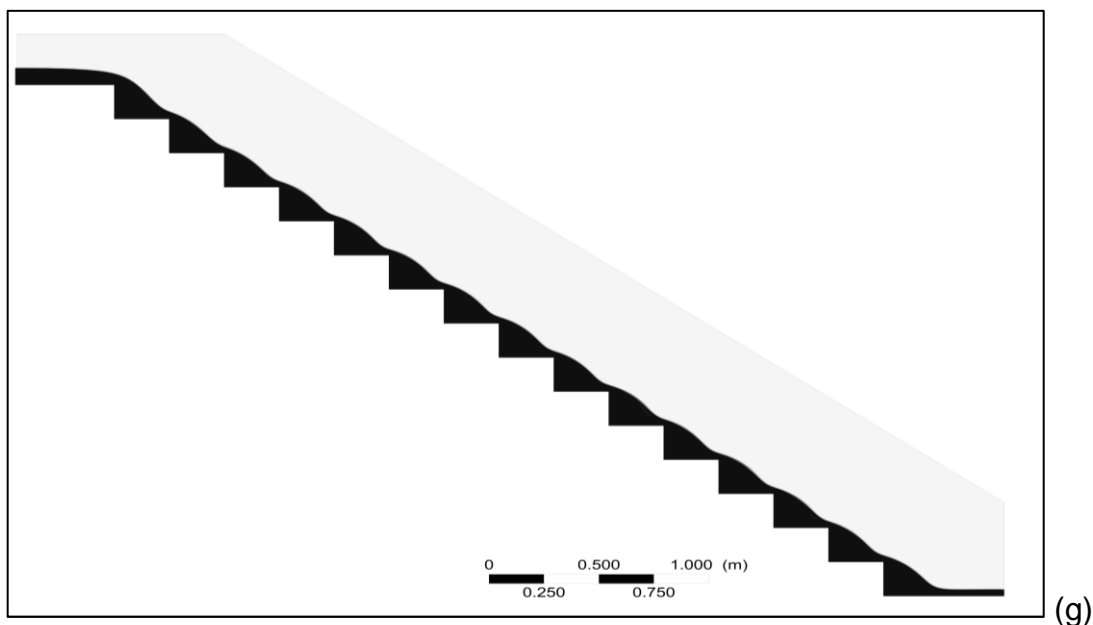


Figura 29 – Campo com as frações volumétricas de água e ar: (a)  $s/l = 0,0594$ ; (b)  $s/l = 0,10$ ; (c)  $s/l = 0,25$ ; (d)  $s/l = 0,42$ ; (e)  $s/l = 0,50$ ; (f)  $s/l = 0,597$ ; (g)  $s/l = 0,80$ .

A partir dos resultados das simulações, a primeira verificação foi realizada quanto aos campos de velocidades, como mostra a Figura 30.

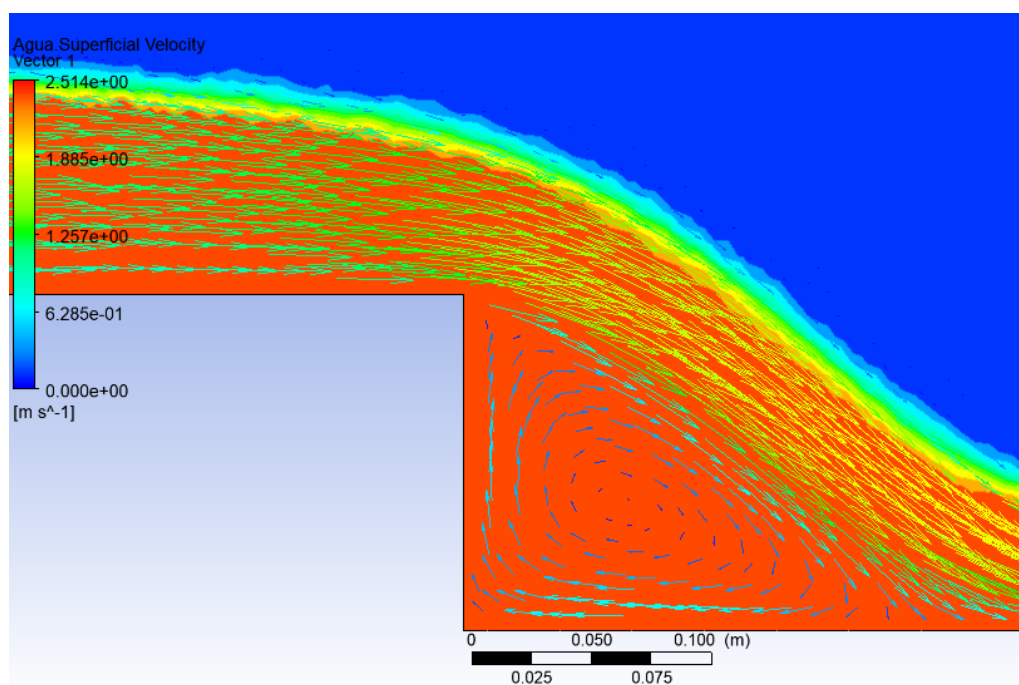


Figura 30 – Detalhe da recirculação nos degraus

Conforme esperado, foi possível observar o aparecimento da influência da queda do jato sobre o piso do degrau, onde o campo de velocidade encontrava-se com valores aproximadamente nulos e pressões elevadas. Sendo evidenciado os pontos de estagnação localizados nos pisos dos degraus e a existência de bifurcações dos jatos

deslizantes, que separam o escoamento vorticoso, situado na zona de recirculação, daquele que segue a jusante.

Desta maneira, as simulações numéricas demonstram que os escoamentos modelados se comportam de forma muito similar à realidade experimental, quanto ao campo de velocidade e pressão (RAJARATNAM; CHAMANI, 1995; SIMÕES, 2008; LIN *et al.*, 2007).

Numa avaliação mais criteriosa, com base nos perfis das simulações, foram coletadas as alturas de escoamento na extremidade de cada degrau para uma fração de vazio de 90%, as quais proporcionaram o cálculo dos adimensionais  $\Delta H/H_{\max}$ ,  $H_{\text{res}}/h_c$ ,  $Z/h_c$ ,  $L_j/Z$  e  $L_j/h_2$  com o uso das equações citadas na revisão da literatura.

Com uso das equações 19, 20 e 41, citadas anteriormente neste trabalho, a energia dissipada e residual, e o comprimento da bacia de dissipação, aqui representados por parâmetros adimensionais, puderam ser calculados. As Tabelas 4 a 10 apresentam os principais adimensionais calculados para cada simulação estudada.

Tabela 4 – Resultados Simulação Numérica 1 ( $s/l = 0,0594$ )

$h_b$ [m]	$Z/h_c$ [-]	$h_b/h_c$ [-]	$\Delta H/H_{\max}$ [-]	$H_{\text{res}}/H_{\max}$ [-]	$\Delta H/h_c$ [-]	$H_{\text{res}}/h_c$ [-]	$L_j/Z$ [-]	$L_j/h_2$ [-]
0,0728	0,00	0,73	-	-	-	-	-	3,81
0,0523	1,43	0,52	0,20	0,80	0,58	2,35	6,13	5,12
0,0476	2,86	0,48	0,38	0,62	1,68	2,68	3,43	5,38
0,0475	4,29	0,48	0,54	0,46	3,10	2,69	2,30	5,39
0,0446	5,72	0,45	0,59	0,41	4,26	2,96	1,84	5,53
0,0445	7,15	0,45	0,66	0,34	5,68	2,97	1,48	5,54
0,0467	8,58	0,47	0,73	0,27	7,32	2,76	1,17	5,43
0,0459	10,01	0,46	0,75	0,25	8,68	2,83	1,02	5,47
0,0490	11,44	0,49	0,80	0,20	10,37	2,57	0,83	5,31

Tabela 5 – Resultados Simulação Numérica 2 ( $s/l = 0,1000$ )

$h_b$ [m]	$Z/h_c$ [-]	$h_b/h_c$ [-]	$\Delta H/H_{\max}$ [-]	$H_{\text{res}}/H_{\max}$ [-]	$\Delta H/h_c$ [-]	$H_{\text{res}}/h_c$ [-]	$L_j/Z$ [-]	$L_j/h_2$ [-]
0,109	0,00	0,762	-	-	-	-	-	3,57
0,073	1,40	0,509	0,16	0,84	0,46	2,44	6,48	5,20
0,068	2,80	0,475	0,37	0,63	1,61	2,69	3,52	5,39
0,066	4,20	0,461	0,51	0,49	2,89	2,81	2,42	5,46
0,062	5,60	0,437	0,57	0,43	4,04	3,06	1,92	5,58

$h_b$ [m]	$Z/h_c$ [-]	$h_b/h_c$ [-]	$\Delta H/H_{max}$ [-]	$H_{res}/H_{max}$ [-]	$\Delta H/h_c$ [-]	$H_{res}/h_c$ [-]	$L/Z$ [-]	$L/h_2$ [-]
0,062	7,00	0,436	0,64	0,36	5,43	3,07	1,54	5,58
0,059	8,40	0,415	0,66	0,34	6,58	3,32	1,35	5,68
0,059	9,80	0,415	0,71	0,29	7,98	3,32	1,16	5,68
0,059	11,20	0,415	0,74	0,26	9,38	3,32	1,01	5,68
0,059	12,60	0,416	0,77	0,23	10,79	3,30	0,90	5,67
0,059	14,00	0,415	0,79	0,21	12,18	3,32	0,81	5,68
0,059	15,40	0,412	0,80	0,20	13,55	3,35	0,74	5,69
0,059	16,80	0,416	0,82	0,18	14,99	3,30	0,67	5,67
0,059	18,20	0,415	0,83	0,17	16,38	3,32	0,62	5,68
0,059	19,60	0,415	0,84	0,16	17,78	3,32	0,58	5,68
0,059	21,00	0,415	0,85	0,15	19,18	3,32	0,54	5,68
0,059	22,40	0,414	0,86	0,14	20,56	3,34	0,51	5,69
0,059	23,80	0,415	0,87	0,13	21,98	3,32	0,48	5,68
0,059	25,20	0,414	0,88	0,12	23,36	3,34	0,45	5,69
0,059	26,60	0,415	0,88	0,12	24,78	3,32	0,43	5,68
0,060	28,00	0,417	0,89	0,11	26,21	3,29	0,40	5,67
0,059	29,40	0,414	0,89	0,11	27,56	3,34	0,39	5,69
0,059	30,80	0,414	0,90	0,10	28,96	3,34	0,37	5,69
0,059	32,20	0,415	0,90	0,10	30,38	3,32	0,35	5,68
0,059	33,60	0,415	0,91	0,09	31,78	3,32	0,34	5,68

Tabela 6 – Resultados Simulação Numérica 3 ( $s/l = 0,2500$ )

$h_b$ [m]	$Z/h_c$ [-]	$h_b/h_c$ [-]	$\Delta H/H_{max}$ [-]	$H_{res}/H_{max}$ [-]	$\Delta H/h_c$ [-]	$H_{res}/h_c$ [-]	$L/Z$ [-]	$L/h_2$ [-]
0,110	0,00	0,76	-	-	-	-	-	3,55
0,072	1,39	0,50	0,13	0,87	0,38	2,51	6,70	5,26
0,066	2,78	0,46	0,34	0,66	1,46	2,82	3,67	5,46
0,061	4,17	0,42	0,43	0,57	2,43	3,24	2,68	5,65
0,058	5,56	0,40	0,50	0,50	3,55	3,51	2,11	5,74
0,058	6,95	0,41	0,59	0,41	4,99	3,45	1,67	5,72
0,058	8,34	0,40	0,64	0,36	6,34	3,50	1,40	5,74
0,060	9,72	0,42	0,71	0,29	7,93	3,30	1,16	5,67
0,061	11,11	0,42	0,74	0,26	9,39	3,23	1,00	5,65
0,060	12,50	0,42	0,77	0,23	10,71	3,29	0,90	5,67
0,060	13,89	0,42	0,78	0,22	12,08	3,31	0,82	5,68
0,059	15,28	0,41	0,80	0,20	13,41	3,37	0,75	5,70
0,061	16,67	0,42	0,82	0,18	14,95	3,22	0,67	5,64



$h_b$ [m]	$Z/h_c$ [-]	$h_b/h_c$ [-]	$\Delta H/H_{max}$ [-]	$H_{res}/H_{max}$ [-]	$\Delta H/h_c$ [-]	$H_{res}/h_c$ [-]	$L_j/Z$ [-]	$L_j/h_2$ [-]
0,058	18,06	0,40	0,82	0,18	16,05	3,51	0,65	5,74
0,058	19,45	0,40	0,83	0,17	17,44	3,51	0,60	5,74
0,061	20,84	0,42	0,86	0,14	19,12	3,22	0,53	5,64
0,059	22,23	0,41	0,86	0,14	20,34	3,38	0,52	5,70
0,061	23,62	0,42	0,87	0,13	21,90	3,22	0,47	5,64
0,058	25,01	0,40	0,87	0,13	22,97	3,53	0,47	5,75
0,059	26,40	0,41	0,88	0,12	24,55	3,34	0,43	5,69
0,061	27,78	0,42	0,89	0,11	26,07	3,22	0,40	5,64
0,061	29,17	0,42	0,89	0,11	27,44	3,24	0,38	5,65
0,060	30,56	0,42	0,90	0,10	28,77	3,29	0,37	5,67
0,061	31,95	0,42	0,90	0,10	30,22	3,23	0,35	5,65
0,058	33,34	0,40	0,90	0,10	31,31	3,53	0,35	5,75
0,059	34,73	0,41	0,91	0,09	32,81	3,42	0,33	5,71
0,061	36,12	0,42	0,91	0,09	34,38	3,24	0,31	5,65
0,057	37,51	0,40	0,91	0,09	35,46	3,55	0,31	5,75
0,061	38,90	0,42	0,92	0,08	37,17	3,23	0,29	5,65
0,061	40,29	0,42	0,92	0,08	38,56	3,23	0,28	5,65
0,061	41,68	0,42	0,93	0,07	39,94	3,24	0,27	5,65
0,059	43,07	0,41	0,93	0,07	41,22	3,34	0,26	5,69
0,059	44,46	0,41	0,93	0,07	42,61	3,34	0,26	5,69
0,060	45,84	0,42	0,93	0,07	44,06	3,29	0,25	5,67
0,059	47,23	0,41	0,93	0,07	45,36	3,37	0,24	5,70
0,060	48,62	0,42	0,93	0,07	46,82	3,30	0,23	5,67
0,058	50,01	0,40	0,93	0,07	48,05	3,46	0,23	5,73
0,058	51,40	0,40	0,93	0,07	49,40	3,50	0,23	5,74
0,059	52,79	0,41	0,94	0,06	50,92	3,37	0,22	5,70
0,060	54,18	0,42	0,94	0,06	52,41	3,27	0,21	5,66
0,060	55,57	0,42	0,94	0,06	53,78	3,29	0,20	5,67

Tabela 7 – Resultados Simulação Numérica 4 ( $s/l = 0,4200$ )

$h_b$ [m]	$Z/h_c$ [-]	$h_b/h_c$ [-]	$\Delta H/H_{max}$ [-]	$H_{res}/H_{max}$ [-]	$\Delta H/h_c$ [-]	$H_{res}/h_c$ [-]	$L_j/Z$ [-]	$L_j/h_2$ [-]
0,091	0,00	0,74	-	-	-	-	-	3,75
0,058	1,63	0,47	0,14	0,86	0,43	2,70	6,07	5,39
0,050	3,25	0,41	0,29	0,71	1,37	3,38	3,53	5,70
0,046	4,88	0,37	0,38	0,62	2,43	3,95	2,56	5,85
0,046	6,51	0,37	0,50	0,50	4,02	3,98	1,93	5,86

$h_b$ [m]	$Z/h_c$ [-]	$h_b/h_c$ [-]	$\Delta H/H_{max}$ [-]	$H_{res}/H_{max}$ [-]	$\Delta H/h_c$ [-]	$H_{res}/h_c$ [-]	$L_j/Z$ [-]	$L_j/h_2$ [-]
0,046	8,13	0,37	0,59	0,41	5,65	3,98	1,54	5,86
0,047	9,76	0,39	0,67	0,33	7,51	3,75	1,25	5,81
0,048	11,38	0,39	0,71	0,29	9,21	3,67	1,06	5,79
0,047	13,01	0,38	0,74	0,26	10,70	3,81	0,94	5,82
0,049	14,64	0,40	0,78	0,22	12,57	3,56	0,81	5,76
0,048	16,26	0,39	0,79	0,21	14,11	3,66	0,74	5,78
0,048	17,89	0,39	0,81	0,19	15,72	3,67	0,67	5,79
0,048	19,52	0,39	0,83	0,17	17,36	3,66	0,61	5,78
0,047	21,14	0,38	0,83	0,17	18,85	3,79	0,58	5,82
0,047	22,77	0,38	0,84	0,16	20,48	3,79	0,54	5,82
0,048	24,40	0,39	0,86	0,14	22,25	3,64	0,49	5,78
0,047	26,02	0,38	0,86	0,14	23,75	3,78	0,47	5,81
0,048	27,65	0,39	0,87	0,13	25,46	3,69	0,44	5,79
0,049	29,27	0,39	0,88	0,12	27,17	3,60	0,41	5,77
0,048	30,90	0,39	0,89	0,11	28,78	3,62	0,39	5,77
0,051	32,53	0,41	0,90	0,10	30,69	3,33	0,35	5,68

Tabela 8 – Resultados Simulação Numérica 5 ( $s/l = 0,5000$ )

$h_b$ [m]	$Z/h_c$ [-]	$h_b/h_c$ [-]	$\Delta H/H_{max}$ [-]	$H_{res}/H_{max}$ [-]	$\Delta H/h_c$ [-]	$H_{res}/h_c$ [-]	$L_j/Z$ [-]	$L_j/h_2$ [-]
0,098	0,00	0,73						3,79
0,063	1,50	0,47	0,10	0,90	0,29	2,71	6,61	5,40
0,055	3,00	0,41	0,24	0,76	1,10	3,40	3,84	5,71
0,052	4,50	0,39	0,38	0,62	2,30	3,70	2,68	5,79
0,053	6,00	0,39	0,52	0,48	3,87	3,62	1,99	5,77
0,053	7,50	0,39	0,60	0,40	5,37	3,62	1,59	5,77
0,054	8,99	0,40	0,67	0,33	7,02	3,47	1,29	5,73
0,054	10,49	0,40	0,71	0,29	8,52	3,47	1,11	5,73
0,056	11,99	0,42	0,76	0,24	10,26	3,24	0,93	5,65
0,055	13,49	0,41	0,77	0,23	11,59	3,40	0,85	5,71
0,056	14,99	0,42	0,80	0,20	13,19	3,30	0,75	5,67
0,056	16,49	0,42	0,82	0,18	14,69	3,30	0,69	5,67
0,056	17,99	0,42	0,83	0,17	16,19	3,30	0,63	5,67
0,057	19,49	0,42	0,85	0,15	17,78	3,20	0,57	5,64
0,056	20,99	0,42	0,85	0,15	19,19	3,30	0,54	5,67
0,055	22,49	0,41	0,86	0,14	20,62	3,37	0,51	5,70
0,055	23,99	0,41	0,87	0,13	22,08	3,40	0,48	5,71

$h_b$ [m]	$Z/h_c$ [-]	$h_b/h_c$ [-]	$\Delta H/H_{max}$ [-]	$H_{res}/H_{max}$ [-]	$\Delta H/h_c$ [-]	$H_{res}/h_c$ [-]	$L/Z$ [-]	$L/h_2$ [-]
0,056	25,48	0,42	0,88	0,12	23,68	3,30	0,44	5,67
0,057	26,98	0,42	0,89	0,11	25,28	3,20	0,41	5,64
0,056	28,48	0,42	0,89	0,11	26,68	3,30	0,40	5,67
0,059	29,98	0,44	0,90	0,10	28,48	3,00	0,36	5,55

Tabela 9 – Resultados Simulação Numérica 6 ( $s/l = 0,5970$ )

$h_b$ [m]	$Z/h_c$ [-]	$h_b/h_c$ [-]	$\Delta H/H_{max}$ [-]	$H_{res}/H_{max}$ [-]	$\Delta H/h_c$ [-]	$H_{res}/h_c$ [-]	$L/Z$ [-]	$L/h_2$ [-]
0,084	0,00	0,67	-	-	-	-	-	4,23
0,061	1,59	0,49	0,15	0,85	0,478	2,61	6,05	5,33
0,053	3,17	0,42	0,31	0,69	1,466	3,21	3,50	5,64
0,049	4,76	0,39	0,42	0,58	2,601	3,66	2,52	5,78
0,049	6,35	0,39	0,52	0,48	4,111	3,74	1,91	5,80
0,051	7,94	0,40	0,63	0,37	5,969	3,47	1,47	5,73
0,051	9,52	0,41	0,69	0,31	7,584	3,44	1,22	5,72
0,052	11,11	0,41	0,74	0,26	9,279	3,33	1,02	5,68
0,053	12,70	0,42	0,77	0,23	10,931	3,27	0,89	5,66
0,053	14,29	0,42	0,79	0,21	12,550	3,24	0,78	5,65
0,052	15,87	0,41	0,81	0,19	13,988	3,39	0,72	5,70
0,054	17,46	0,42	0,83	0,17	15,766	3,20	0,63	5,63
0,053	19,05	0,42	0,84	0,16	17,340	3,21	0,58	5,64
0,054	20,64	0,43	0,86	0,14	19,011	3,13	0,53	5,61
0,054	22,22	0,43	0,87	0,13	20,562	3,16	0,50	5,62
0,054	23,81	0,43	0,87	0,13	22,126	3,18	0,46	5,63

Tabela 10 – Resultados Simulação Numérica 7 ( $s/l = 0,8000$ )

$h_b$ [m]	$Z/h_c$ [-]	$h_b/h_c$ [-]	$\Delta H/H_{max}$ [-]	$H_{res}/H_{max}$ [-]	$\Delta H/h_c$ [-]	$H_{res}/h_c$ [-]	$L/Z$ [-]	$L/h_2$ [-]
0,070	0,00	0,70	-	-	-	-	-	3,98
0,049	2,00	0,49	0,26	0,74	0,92	2,58	4,75	5,31
0,042	4,00	0,42	0,42	0,58	2,30	3,21	2,78	5,64
0,039	6,00	0,40	0,52	0,48	3,91	3,60	1,98	5,77
0,040	8,01	0,40	0,63	0,37	6,01	3,50	1,46	5,74
0,041	10,01	0,41	0,70	0,30	8,07	3,44	1,16	5,72
0,042	12,01	0,42	0,76	0,24	10,23	3,28	0,94	5,66
0,042	14,01	0,42	0,79	0,21	12,28	3,23	0,80	5,65
0,043	16,01	0,43	0,82	0,18	14,35	3,16	0,69	5,62

$h_b$ [m]	$Z/h_c$ [-]	$h_b/h_c$ [-]	$\Delta H/H_{max}$ [-]	$H_{res}/H_{max}$ [-]	$\Delta H/h_c$ [-]	$H_{res}/h_c$ [-]	$L_j/Z$ [-]	$L_j/h_2$ [-]
0,043	18,01	0,43	0,84	0,16	16,41	3,10	0,60	5,60
0,044	20,01	0,44	0,86	0,14	18,46	3,05	0,54	5,57
0,043	22,01	0,43	0,87	0,13	20,43	3,08	0,49	5,59
0,043	24,02	0,43	0,88	0,12	22,40	3,11	0,45	5,60
0,043	26,02	0,43	0,88	0,12	24,34	3,17	0,42	5,63
0,043	28,02	0,43	0,89	0,11	26,35	3,17	0,39	5,62
0,043	30,02	0,43	0,90	0,10	28,44	3,08	0,36	5,59

Buscando analisar graficamente os resultados numéricos, os parâmetros  $\Delta H/H_{max}$ ,  $\Delta H/h_c$ ,  $H_{res}/h_c$ , e  $L_j/Z$  foram correlacionados com  $Z/h_c$ . Essa abordagem tem um caráter prático relevante, que é estabelecer a possibilidade de cálculo dos adimensionais para diferentes alturas ou vazões do canal em degraus, uma vez que o adimensional  $Z/h_c$  carrega informações sobre estas grandezas.

As alturas de escoamento calculadas nas extremidades dos degraus indicam haver um comportamento decrescente ao longo do canal, com tendência a um regime quase-uniforme. A disposição dos pontos formados pelos adimensionais mencionados, os quais podem ser visualizados nas Figuras 31 a 34, apontam para tendências coerentes com a física e com resultados empíricos de diferentes autores.

A partir das relações de  $\Delta H/H_{max}$  e  $H_{res}/h_c$  com  $Z/h_c$ , é observado que a variação da energia dissipada,  $\Delta H/H_{max}$ , tem relação diretamente proporcional com altura do canal em degraus e é inversamente proporcional a vazão. A taxa de dissipação de energia é maior nos primeiros degraus, havendo uma tendência na sua estabilização com o aumento do número de quedas sucessivas. Essa constatação acompanha a descrição apresentada para as alturas de escoamento.

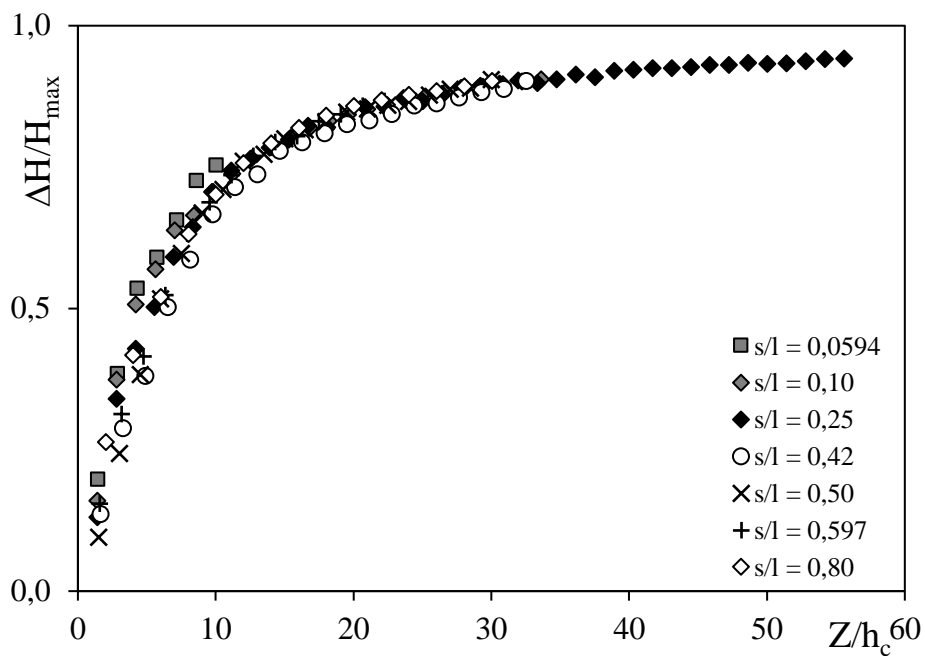


Figura 31 – Relações adimensionais  $\Delta H/H_{\max}$  e  $Z/h_c$ .

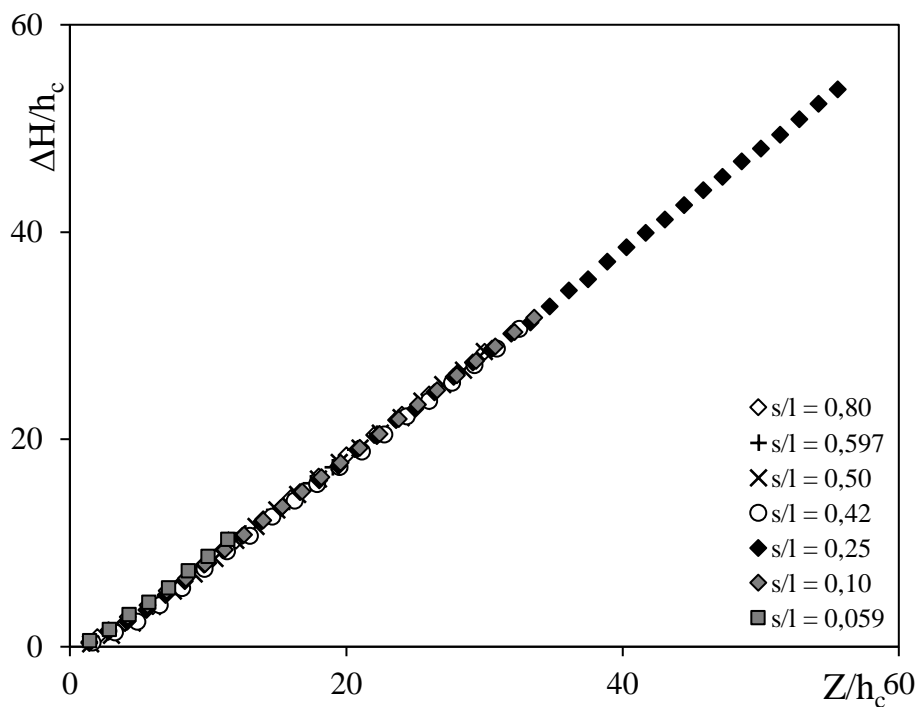


Figura 32 – Relações adimensionais  $\Delta H/h_c$  e  $Z/h_c$ .

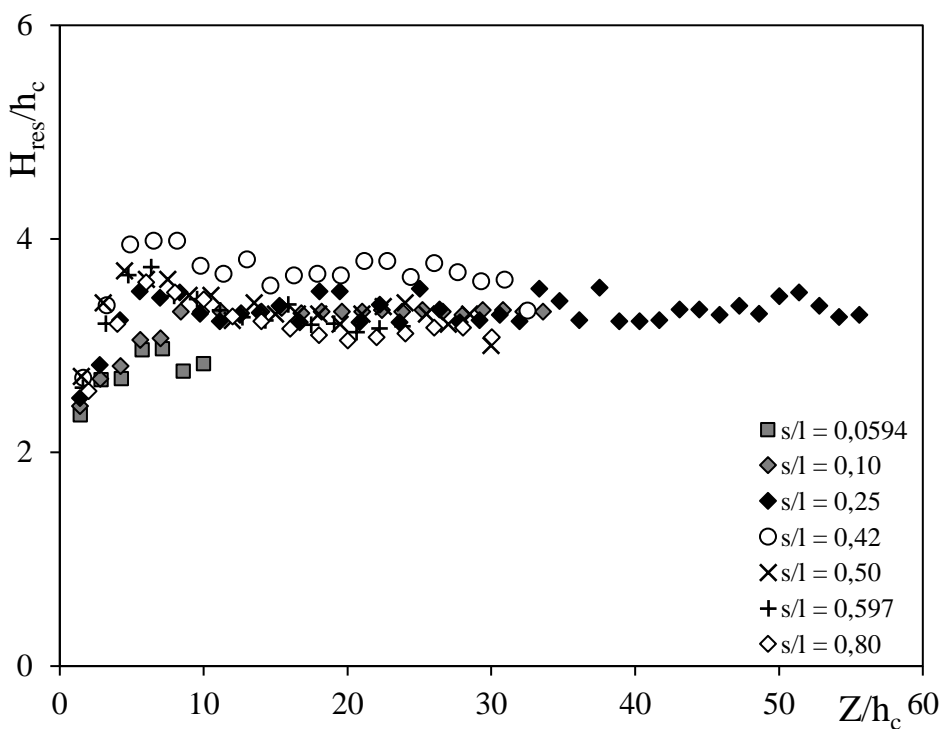


Figura 33 – Relações adimensionais  $H_{res}/h_c$  e  $Z/h_c$ .

Os resultados para o adimensional  $L_j/z$  em função de  $Z/h_c$  apresentam pontos com uma tendência bem definida, decrescente e com pouco espalhamento, tal como encontrado por Simões (2008) e Simões et al. (2010).

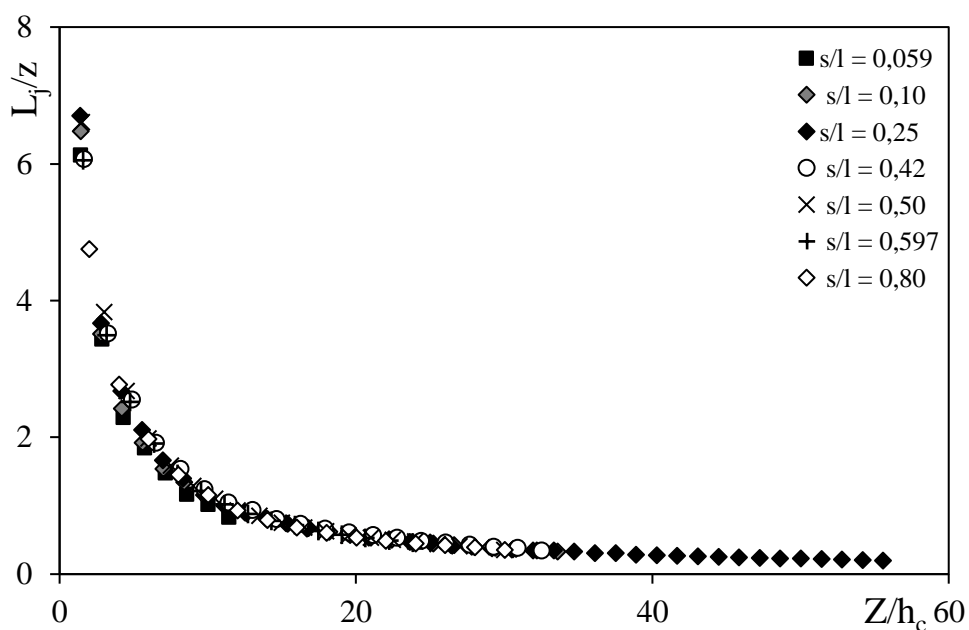


Figura 34 – Relações adimensionais  $L_j/z$  e  $Z/h_c$ .

De forma geral, os resultados das simulações mostram coerência com dados disponíveis na literatura, expostos na revisão da literatura, indicando que quanto maior

o número de degraus maior é a perda de carga, no entanto ocorrem menores taxas de dissipação de energia ao longo das quedas, uma vez que há uma tendência ao escoamento uniforme, mostrando comportamento idênticos aos dados empíricos apresentados pelos diversos autores: Essery e Honner (1978), Pinheiro e Fael (2000), Chanson e Toombes (2002), Renna e Fratino (2010), Chinnarasri e Wongwises (2004), Khalaf *et al.* (2014), Jahad *et al.* (2016), Tabari e Tavakoli (2016), Patil e Jadhav (2017) e Felder *et al.* (2019).

Ainda é possível verificar na Figura 34, que o comprimento da bacia de dissipação necessita de tamanhos menores com o aumento do número de quedas e para vazões menores.

## 6 COMPARAÇÃO COM DADOS EXPERIMENTAIS E DESENVOLVIMENTO DE UM MODELO MATEMÁTICO PARA A ALTURA DE ESCOAMENTO E ENERGIA DISSIPADA

Nos locais em que os escoamentos precisam vencer desníveis geométricos elevados, o processo de dissipação de energia deve ser cuidadosamente analisado. Conhecer a taxa de dissipação de energia ao longo da calha é essencial na elaboração dos projetos, pois implicam diretamente na segurança das estruturas.

Com base nos resultados encontrados nas simulações, para a compreensão dos fenômenos físicos que ocorrem nos escoamentos sobre os degraus, nesta etapa do estudo propõe-se um modelo matemático adimensional simplificado que o represente quantitativamente e proporcione o cálculo direto das alturas de escoamento nas extremidades dos degraus e da energia dissipada ao longo do canal em degraus, com escoamento em regime de quedas sucessivas sem ressalto hidráulico.

### 6.1 Comparação dos Resultados Numéricos com os Experimentais

Para a validação dos dados calculados, as alturas de escoamento na extremidade de cada degrau, para uma fração de vazio de 90%, os adimensionais calculados numericamente  $\Delta H/H_{\text{máx}}$  e  $Z/h_c$ , mostrados na Figura 31, foram comparados aos dados experimentais de sete pesquisas realizadas pelos autores Horner (1969), Pinheiro e Fael (2000), Chanson (2002), Jahromi *et al.* (2008) e Felder *et al.* (2019).

As pesquisas desenvolvidas por estes autores objetivaram estudar o regime de escoamento em quedas sucessivas em canais escalonados, cujos detalhes são apresentados a seguir, na Tabela 11.

Tabela 11 – Dados experimentais

Autor	s/l	Z/h <sub>c</sub>	s (m)	l (m)
Horner (1969)	0,42	30,7 – 40,3	0,450	1,07
Pinheiro & Fael (2000)	0,25	8,9 – 53,6	0,050	0,20
Pinheiro & Fael (2000)	0,33	10,6 – 19,0	0,050	0,15
Chanson (2002)	0,059	2,1 – 13,2	0,143	2,42
Jahromi <i>et al.</i> (2008)	0,27	5,0 – 60,1	*	*
Jahromi <i>et al.</i> (2008)	0,47	5,9 – 54,5	*	*



Autor	s/l	Z/h <sub>c</sub>	s (m)	l (m)
Felder <i>et al.</i> (2019)	0,25	7,3 – 30,8	0,500	2,00

\* Não informado pelos autores

Dentre as pesquisas, Chanson (2002) se destacou por apresentar duas equações empíricas para o cálculo da energia residual, obtidas com os seus dados, os de Horner (1969) e Pinheiro e Fael (2000), válidas para  $2,1 < Z/h_c < 20$  e  $30 < Z/h_c < 75$ . E recentemente, Felder *et al.* (2019) investigaram, especificamente, canais com fundo em degraus horizontais e sem formação de ressalto hidráulico, e apresentaram resultados experimentais sobre aeração, concentração de oxigênio dissolvido e dissipação de energia.

A comparação dos dados numéricos e experimentais pode ser visualizada na Figura 35. O gráfico permite constatar, por meio dos adimensionais  $\Delta H/H_{\max}$  e  $Z/h_c$ , que as soluções numéricas apresentam comportamentos semelhantes aos dados experimentais e aderência à maior parte dos pontos.

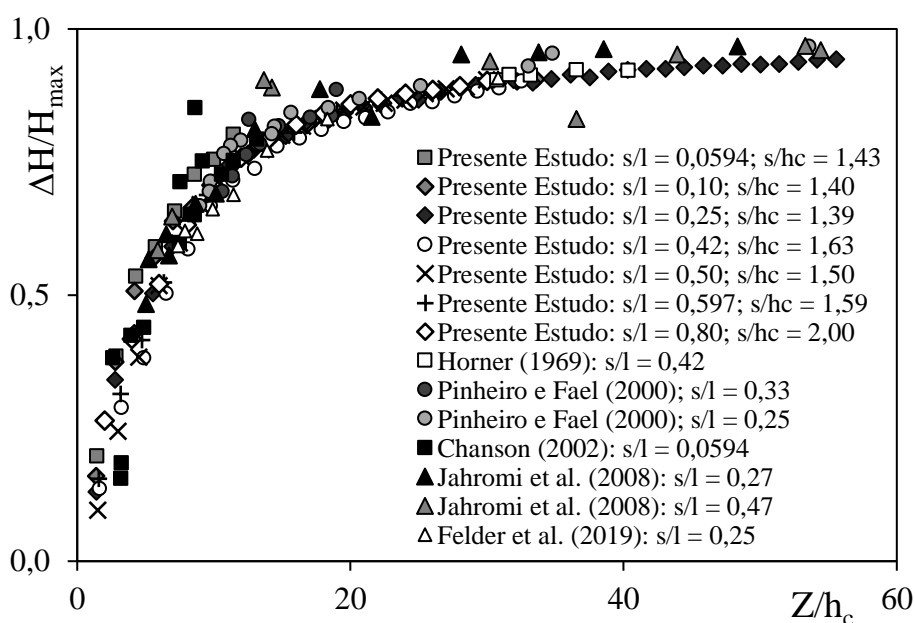


Figura 35 – Comparação dos resultados numéricos e experimentais

Os resultados numéricos, quando comparados aos dados de Horner (1969), ambos para  $s/l = 0,42$ , apresentaram diferença relativas próximas a 1%. Os resultados numéricos calculados para  $s/l = 0,25$  e  $s/h_c = 1,39$  comparado aos valores experimentais de Pinheiro e Fael (2000), apresentaram desvio relativo máximo de aproximadamente 4,2% para um ponto, e, para os demais, os desvios resultaram

menores que 2,5%.

As soluções numéricas para  $s/l = 0,25$  também apresentaram aderência aos dados de Jahromi *et al.* (2008) para  $s/l = 0,27$  e Felder *et al.* (2019), com poucos pontos com desvio relativo máximo próximo a 9%, sendo que o primeiro autor teve apenas um ponto com desvio de 14% para  $Z/h_c \approx 5,3$ .

Os valores numéricos calculados para  $s/l = 0,0594$ , quando comparados aos dados experimentais de Chanson (2002), não apresentaram boa aderência, de uma forma geral, embora tenham apresentado apenas dois pontos com desvios relativos elevados, maior que 100% para  $Z/h_c \approx 3,2$  e igual a 26% para  $Z/h_c \approx 4,9$ . Obteve-se três pontos com desvios relativos entre 10,1 e 15,8%, sendo que os demais pontos apresentaram valores menores que 8,4%.

## 6.2 Modelo Matemático Adimensional

Analisando o comportamento das simulações quanto às alturas de escoamento nas extremidades dos degraus, foi observado que as profundidades tendem a decrescer no sentido do escoamento até se estabelecer um escoamento quase-uniforme, conforme Figura 36. Com base neste comportamento, notou-se a existência de uma relação entre os adimensionais  $h_b/h_c$  e  $Z/h_c$  que pôde ser aproximada com o uso de uma tangente hiperbólica combinada a uma potência de  $Z/h_c$ .

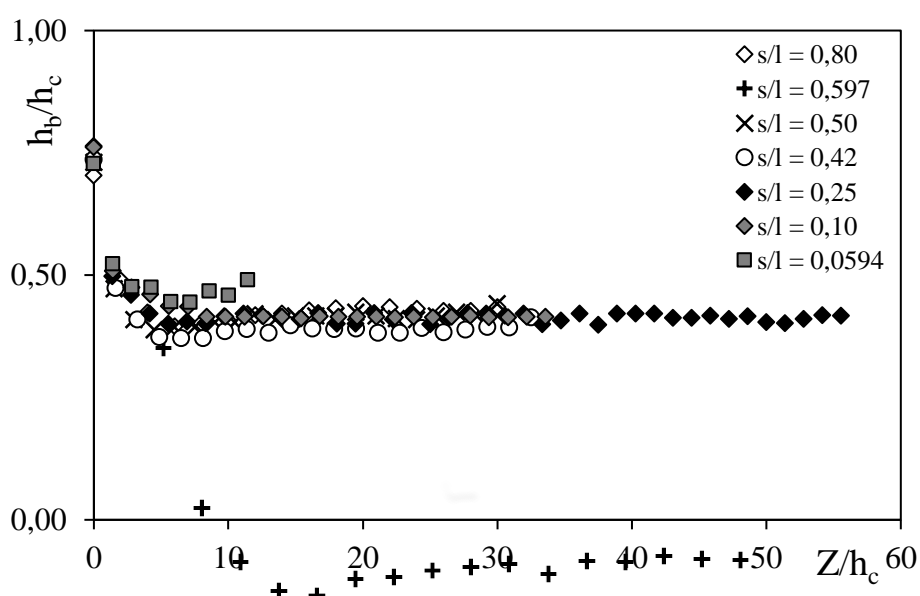


Figura 36 – Resultados numéricos de  $h_b/h_c$  em função  $Z/h_c$

A partir de uma série de tentativas, o modelo proposto neste trabalho é aquele expresso por meio da equação 90. Essa equação possibilita o cálculo de  $h_b/h_c$  em função de  $z/h_c$ . A sua forma matemática implica  $h_b/h_c = 1$  para  $Z/h_c = 0$  e os coeficientes  $a$  e  $b$  são adimensionais.

$$\frac{h_b}{h_c} = 1 + a \cdot \text{tgh} \left[ \left( \frac{Z}{h_c} \right)^b \right] \quad (90)$$

Os cálculos dos coeficientes  $a$  e  $b$  foram realizados com o auxílio do solver do *software Microsoft Excel*® para minimizar a soma dos erros quadráticos entre os resultados numéricos obtidos via CFD e aqueles calculados com a equação 90.

A equação 90 também foi aplicada aos dados experimentais dos autores Horner (1969), Pinheiro e Fael (2000), Chanson (2002), Jahromi *et al.* (2008) e Felder *et al.* (2019), e o cálculo das constantes  $a$  e  $b$ , seguiu o mesmo procedimento.

Os erros quadráticos das soluções do CFD e dos dados experimentais foram calculados pelas equações 91 e 92.

$$E_{\text{CFD}}^2 = \left( \frac{h_b}{h_{c \text{ CFD}}} - \frac{h_b}{h_{c \text{ Calculado}}} \right)^2 \quad (91)$$

$$E_{\text{Experimental}}^2 = \left( \frac{h_b}{h_{c \text{ Experimental}}} - \frac{h_b}{h_{c \text{ Calculado}}} \right)^2 \quad (92)$$

Após encontrar os valores de  $h_b/h_c$  por meio da equação 90, foi utilizada a equação 19 para a obtenção da energia dissipada adimensional.

Este procedimento teve como intuito uniformizar a maneira de apresentação dos resultados, visto que os diferentes autores expressaram seus resultados sob a forma de energia dissipada adimensional. Além disso, proporcionam efetuar as comparações entre resultados.

Os valores estimados dos coeficientes  $a$  e  $b$  podem ser verificados nas Tabelas 12 e 13, assim como os coeficientes de correlação ( $R$ ) entre os resultados numéricos de  $\Delta H/H_{\text{máx}}$ , calculados com informações do CFD, e dados medidos experimentalmente, respectivamente, e pela equação proposta.

Tabela 12 – Resultados numéricos CFD dos coeficientes a e b

Simulação	Coeficientes Numéricos			
	s/l	a	b	R
1	0,0594	-0,637	0,099	0,994
2	0,10	-0,589	0,372	0,999
3	0,25	-0,587	0,594	0,998
4	0,42	-0,612	0,636	0,997
5	0,50	-0,588	0,981	0,998
6	0,597	-0,586	0,768	0,996
7	0,80	-0,577	0,628	0,994

Tabela 13 – Resultados experimentais dos coeficientes a e b

Autor	Coeficientes Experimentais			
	s/l	a	b	R
Horner (1969)	0,42	-0,560	0,872	0,897
Pinheiro e Fael (2000)	0,25	-0,543	1,011	0,985
Pinheiro e Fael (2000)	0,33	-0,574	1,063	0,898
Chanson (2002)	0,059	-0,570	0,903	0,916
Jahromi <i>et al.</i> (2008)	0,27	-0,573	1,010	0,984
Jahromi <i>et al.</i> (2008)	0,47	-0,533	1,010	0,922
Felder <i>et al.</i> (2019)	0,25	-0,614	0,558	0,988

Para a verificação dos desvios da equação proposta, através dos dados numéricos e experimentais, foi realizada uma checagem quanto ao adimensional  $\Delta H/H_{\text{máx}}$ . Estes adimensionais foram concebidos, utilizando os valores de  $h_b/h_c$  calculados via CFD e dados experimentais adquiridos em estudos anteriores, e pelos  $h_b/h_c$  calculados pela equação 90 combinada à equação 19. Os resultados podem ser visualizados nas Figuras 37 e 38.

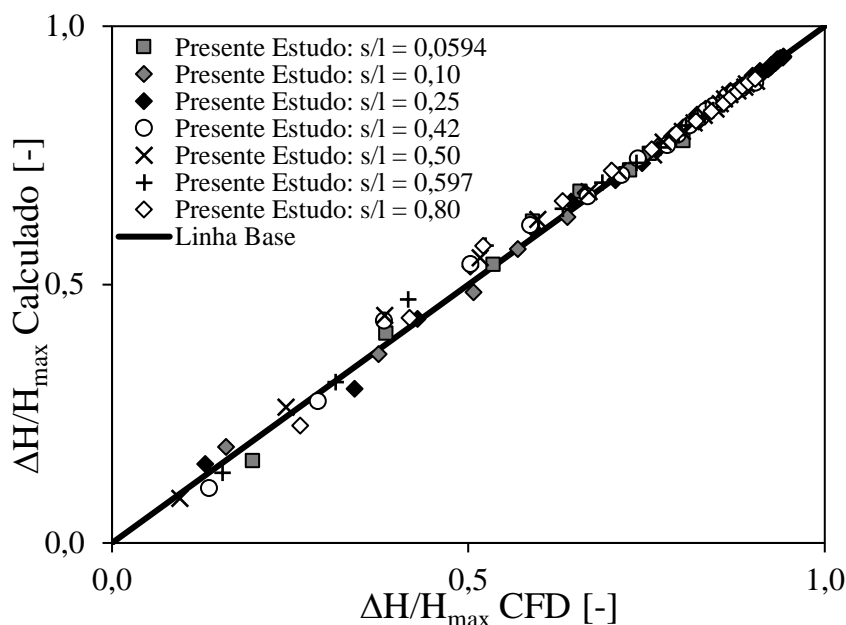


Figura 37 – Comparação entre resultados numéricos obtidos via CFD e os valores calculados com a equação 90.

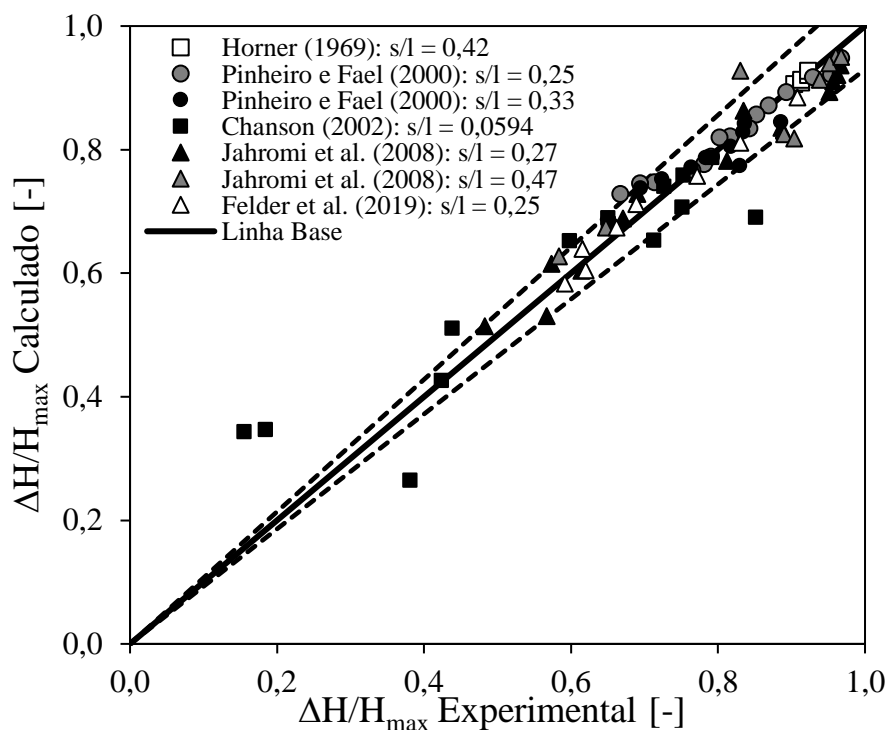


Figura 38 – Comparação entre os resultados experimentais disponíveis na literatura e os valores calculados com a equação 90.

É possível observar que o modelo proposto apresenta aderência aos resultados numéricos das simulações, onde todos os coeficientes de correlação entre dados numéricos e calculados pela equação 90,  $R$ , possuem valores acima de 0,99. Quando comparado aos dados experimentais, o modelo proposto apresentou relativa aproximação, com maior dispersão para alguns pontos de Chanson (2002).

Considerando a natureza do escoamento, altamente turbulento, há relatos na literatura sobre a dificuldade de medição das alturas de escoamento, como pode ser visto em Simões (2012). Desse modo, considera-se que a dispersão observada na Figura 38 está de acordo como o esperado para um estudo desta natureza.

Os coeficientes de correlação entre os dados modelados e os dados experimentais de Horner (1969) e Pinheiro e Fael (2000) para  $s/l = 0,33$  foram, aproximadamente, iguais a 0,90. Em relação aos dados de Chanson (2002) e Jahromi *et al.* (2008)  $s/l = 0,47$ , os ajustes apresentaram coeficientes de correlação de 0,916 e 0,922, respectivamente, porém com dispersão significativa de alguns pontos, contendo poucos pontos com desvios acima de 7%.

Aos resultados dos demais autores o modelo ofereceu boa aderência, coeficientes de correlação para Pinheiro e Fael (2000),  $s/l = 0,25$ , igual a 0,985 com poucos pontos próximos às retas de desvios de 7%. Já aos valores obtidos por Jahromi *et al.* (2008),  $s/l = 0,27$ , e Felder *et al.* (2019) foram bem correlacionados, apresentaram coeficientes acima de  $R = 0,98$ .

A comparação entre as soluções numéricas e os dados experimentais dos autores Horner (1969), Pinheiro e Fael (2000), Chanson (2002), Jahromi *et al.* (2008) e Felder *et al.* (2019) indicou haver aderência com a metodologia proposta, especificamente para o cálculo da posição da superfície livre.

A modelagem proposta foi capaz de representar não apenas as soluções numéricas bidimensionais, mas também dados experimentais das sete pesquisas realizadas pelos autores citados. Apresentou aderência aos dados experimentais com desvios de aproximadamente 7%. Apenas os resultados de Chanson (2002) e Jahromi *et al.* (2008) para  $s/l = 0,47$  resultaram em dispersão expressiva de alguns pontos, embora tenham apresentado poucos pontos com desvios acima de 7%.

A metodologia proposta é simples e direta para o cálculo de  $h/h_c$ , sendo que a energia dissipada para canais em degraus para adimensionais  $s/l$  entre 0,0594 e 0,80 podem ser estimadas a partir do uso dos coeficientes apresentados na Tabela 12. A utilização da equação proposta em estruturas com valores adimensionais  $s/l$  intermediários aos pontos estudados, recomenda-se que sejam realizadas interpolações dos coeficientes a e b.

## 7 MODELO MATEMÁTICO: PRÉ-DIMENSIONAMENTO DE BACIAS DE DISSIPACÃO

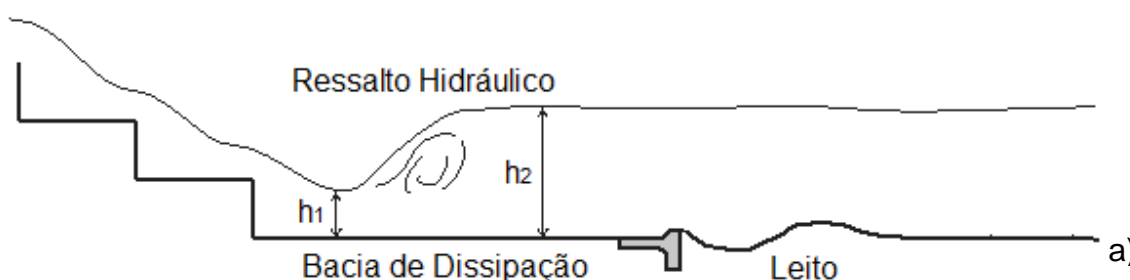
A depender da energia residual disponível na base do canal em degraus pode-se exigir uma estrutura de dissipação adicional, como uma bacia de dissipação por ressalto hidráulico.

As bacias de dissipação servem para disciplinar os escoamentos até chegar aos cursos naturais, que por sua vez podem ter suas condições de equilíbrio modificadas.

Quanto a formação do ressalto estacionário na base das estruturas escalonadas, podemos citar dois possíveis problemas que devem ser evitados, vinculados a modificação da altura de escoamento a jusante do conjugado subcrítico:

- a) Deslocamento do ressalto hidráulico devido ao aumento da altura de escoamento a jusante do conjugado subcrítico. Quando essa altura passa a ser maior que o conjugado subcrítico, o ressalto é deslocado para montante, podendo o ressalto ou parte dele ocorrer sobre o canal, ficando submerso
- b) Deslocamento do ressalto hidráulico devido a diminuição da altura de escoamento a jusante do conjugado subcrítico. Neste caso, quando a altura assume um valor menor que o conjugado subcrítico, o ressalto se desloca para jusante podendo se estender para fora do limite da bacia, condição que deve ser evitada devido ao risco de ocorrência de erosão regressiva.

O deslocamento do ressalto hidráulico para jusante pode ocasionar o contato do escoamento supercrítico com o leito a jusante, seja um rio ou canal de drenagem. A interação entre o escoamento supercrítico e o leito propenso a desintegração tem como consequência a formação de um processo de erosão regressiva, seguido da perda de sustentação das fundações da bacia de dissipação por ressalto hidráulico, como ilustrado na Figura 39.



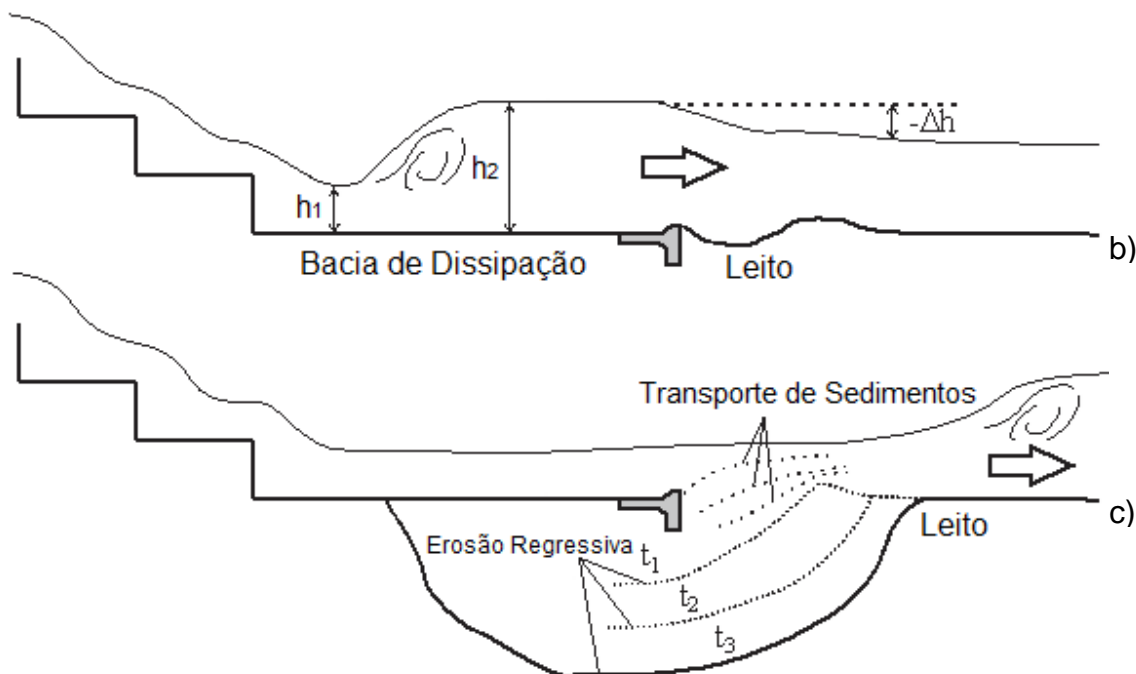


Figura 39 - (a) Ressalto hidráulico estacionário situado na bacia de dissipação; (b) Ocorrência de redução do nível d'água a jusante do ressalto e início do deslocamento; (c) deslocamento do ressalto para jusante e consequente erosão regressiva.

No presente estudo, visando estimar parâmetros de projeto relevantes, propõem-se formulações adimensionais para o pré-dimensionamento de bacias de dissipação adequadas a baixos números de Froude, situadas a jusante de canais em degraus submetidos ao regime de quedas sucessivas sem ressalto hidráulico.

### 7.1 Modelo Matemático Adimensional: Comprimento de Bacias de Dissipação

De acordo com os valores de Froude calculados por meio dos resultados das simulações, assim como os valores encontrados pelos autores Horner (1969), Pinheiro e Fael (2000), Chanson (2002), Jahromi *et al.* (2008) e Felder *et al.* (2019), é recomendado o uso de bacias do Tipo I ou IV a jusante das estruturas estudadas, descritas em Peterka (1984). Neste caso, o comprimento da bacia de dissipação,  $L_j$ , pode ser calculado usando a equação 41, apresentada por Simões (2008), que obtém-se a equação 93.

$$\frac{L_j}{h_2} = \frac{Fr_1^2 - 81,85 Fr_1 + 61,13}{-10,71 Fr_1 - 0,62} \quad (93)$$

Para efeito de apresentação dos resultados foram correlacionados os adimensionais  $L_j/Z$  com  $Z/h_c$ . O adimensional  $L_j/Z$ , propostos por Simões (2008), foi calculado em



função de  $Z/h_c$ , para  $2,5 < Fr_1 < 4,5$ , empregando os resultados das simulações numéricas e os dados experimentais dos autores citados na Tabela 11. A Figura 40 mostra a relação entre estes adimensionais.

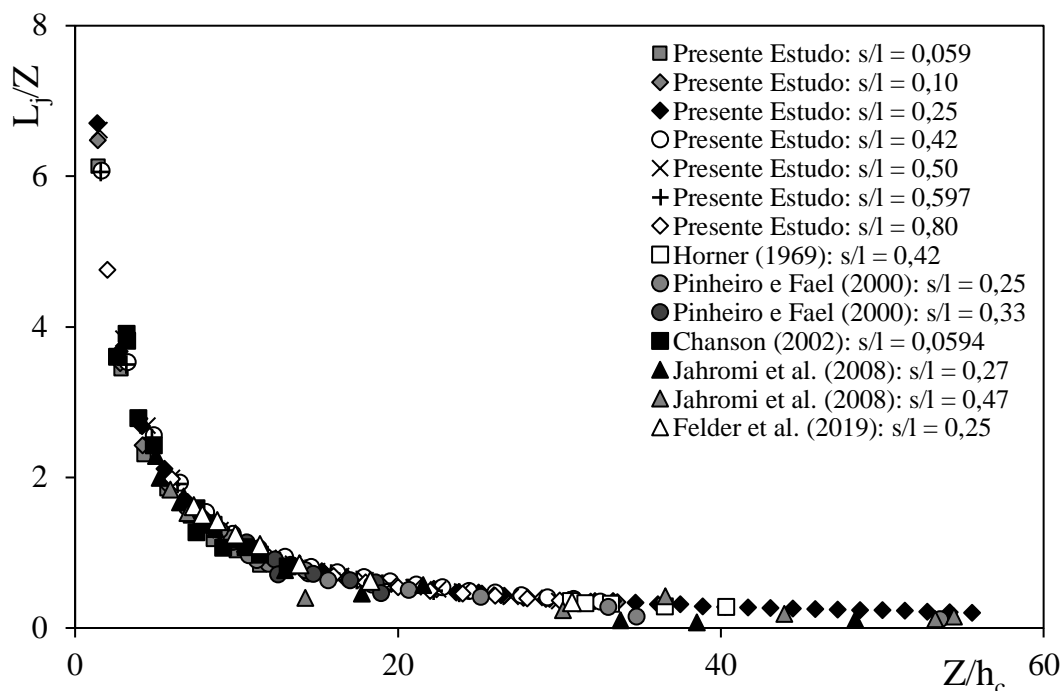


Figura 40 - Resultados numéricos e experimentais de  $L_j/z$  em função  $z/h_c$  para escoamento em quedas sucessivas sem ressalto hidráulico.

Observando a tendência da curva apresentada na Figura 40, é possível notar que uma lei de potência se ajustaria adequadamente, assim como foi proposto por Simões (2008) para o escoamento deslizante sobre turbilhões.

Com base nessas considerações, propõe-se o modelo expresso pela equação 94, que é uma lei de potência, para o escoamento em quedas sucessivas sem formação de ressalto, que se delineou no intervalo de números de Froude de  $3,0 < Fr_1 < 4,5$ .

$$\frac{L_j}{z} = c \left( \frac{z}{h_c} \right)^d \quad (94)$$

Onde os valores dos coeficientes  $c$  e  $d$ , também foram calculados com o auxílio do solver do software Microsoft Excel® para minimizar a soma dos erros quadráticos entre os resultados numéricos obtidos via CFD, dados experimentais dos autores Horner (1969), Pinheiro e Fael (2000), Chanson (2002), Jahromi *et al.* (2008) e Felder *et al.* (2019) e aqueles calculados com a equação 93.

Os valores estimados dos coeficientes  $c$  e  $d$  podem ser verificados nas Tabelas 14 e 15, assim como os coeficientes de correlação ( $R$ ) entre os resultados de  $L_j/Z$  calculados com as informações do CFD e dados experimentais, dos autores citados anteriormente, respectivamente, e pela equação 93 proposta.

Tabela 14 – Resultados numéricos CFD dos coeficientes  $c$  e  $d$

Simulação	Coeficientes Numéricos			
	$s/l$	$c$	$d$	$R$
1	0,0594	9,050	-0,947	0,997
2	0,10	9,470	-0,940	0,999
3	0,25	10,470	-0,975	0,999
4	0,42	11,110	-0,972	0,998
5	0,50	11,220	-0,996	0,999
6	0,597	10,767	-0,982	0,998
7	0,80	10,620	-0,986	0,998

Tabela 15 - Resultados experimentais dos coeficientes  $c$  e  $d$

Autor	Coeficientes Experimentais				
	$s/l$	$c$	$d$	$R$	$Fr$
Horner (1969)	0,42	6,282	-0,849	0,963	3,3 - 3,7
Pinheiro e Fael (2000)	0,33	20,000	-1,237	0,932	3,6 - 4,1
Pinheiro e Fael (2000)	0,25	11,520	-1,051	0,952	2,9 - 3,5
Chanson (2002)	0,0594	12,895	-1,074	0,986	2,9 - 4,4
Jahromi <i>et al.</i> (2008)	0,27	12,562	-1,066	0,991	2,4 - 4,2
Jahromi <i>et al.</i> (2008)	0,47	11,373	-1,091	0,949	1,7 - 6,6
Felder <i>et al.</i> (2019)	0,25	14,958	-1,093	0,998	3,4 - 4,5

Os valores de  $R$  indicam haver forte correlação entre o modelo proposto, dados experimentais e soluções numéricas. Para os resultados das simulações numéricas, todos os coeficientes estão acima de 0,99. Apenas os dados experimentais de Pinheiro e Fael (2000) para  $s/l = 0,33$  apresentaram coeficiente abaixo de 0,95, valor igual a  $R = 0,932$ . As comparações quanto aos desvios entre os dimensionais  $L_j/Z$  calculados via CFD, dados experimentais e pelos calculados pela equação 94, podem ser verificadas nos gráficos das Figuras 41 e 42, apresentadas a seguir.

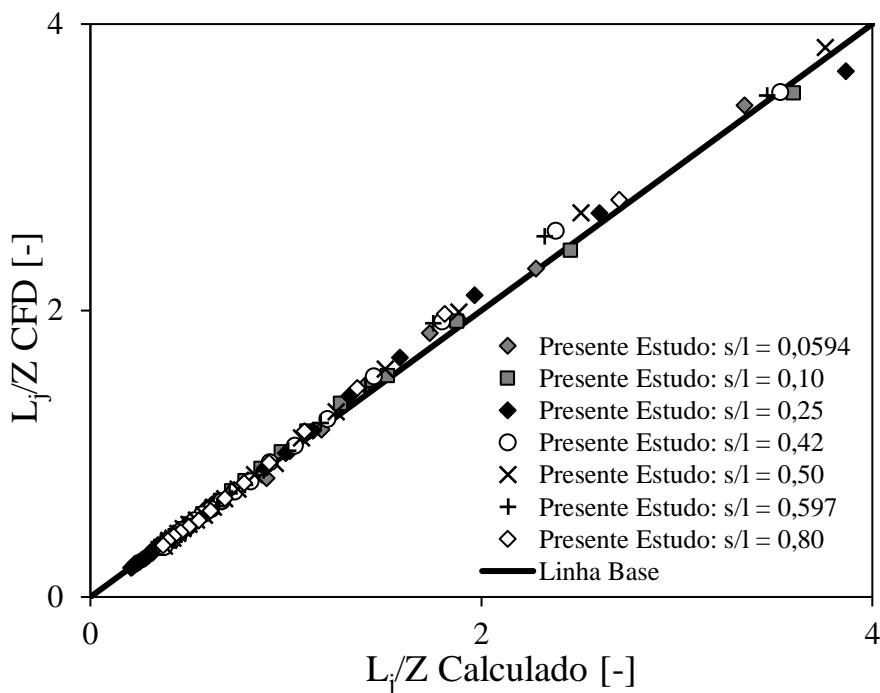


Figura 41 – Comparação entre os resultados numéricos (CFD) e os resultados calculados pela Equação 94

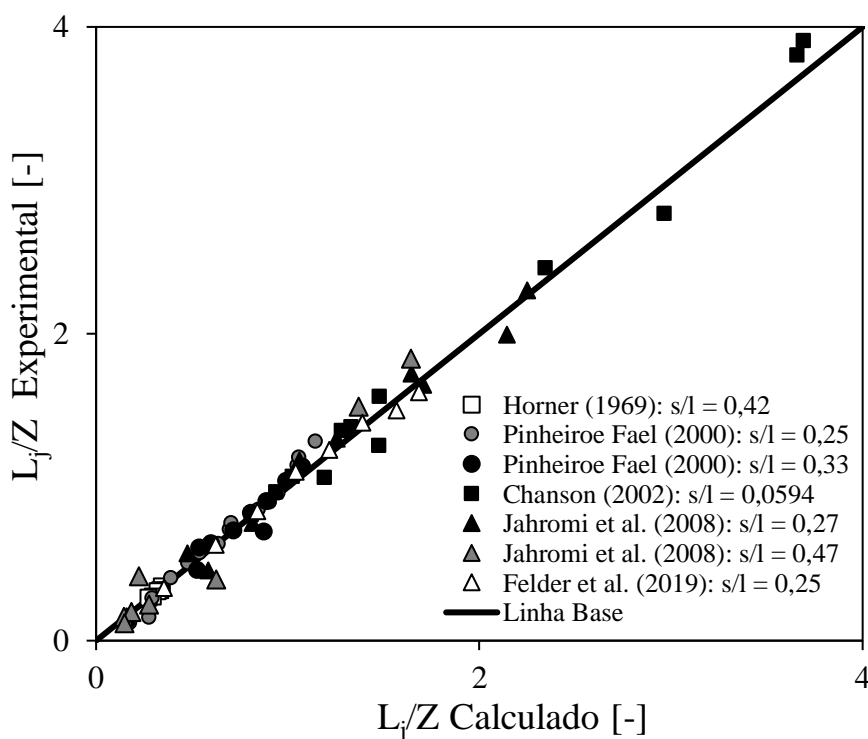


Figura 42 – Comparação entre os resultados experimentais e os resultados calculados pela Equação 94.

Os gráficos demonstram que existe um excelente ajuste entre a lei de potência e os resultados calculados com os dados numéricos e experimentais, este último com desvios relativamente menores em relação às comparações precedentes, devido à propagação não linear dos desvios até o cálculo de  $L_j/Z$ . Observa-se que nas

investigações mais recentes feitas por Felder *et al.* (2019), o qual utilizou equipamentos mais modernos, os resultados apresentaram coeficiente bem próximo a unidade,  $R = 0,998$ .

Desta forma, pode-se afirmar que é apropriado fazer o uso da equação 94 para as estimativas dos comprimentos das bacias de dissipação com números de Froude entre  $3,0 < Fr_1 < 4,5$ , utilizando os parâmetros  $c$  e  $d$  da Tabela 14. Em estruturas com valores adimensionais  $s/l$  intermediários aos pontos estudados, recomenda-se que para utilização do modelo os parâmetros sejam interpolados.

## 7.2 Modelo Matemático Adimensional: Determinação da Cota de Fundo de Bacias de dissipação

Após relacionar os adimensionais  $Z/h_c$  e  $D/h_c$ , parâmetros adimensionais essenciais para a definição da cota de fundo de uma bacia de dissipação, a partir da equação 46 apresentada na revisão da literatura, empregando as soluções numéricas obtidas no presente trabalho, obteve-se o formato da curva conforme a Figura 43.

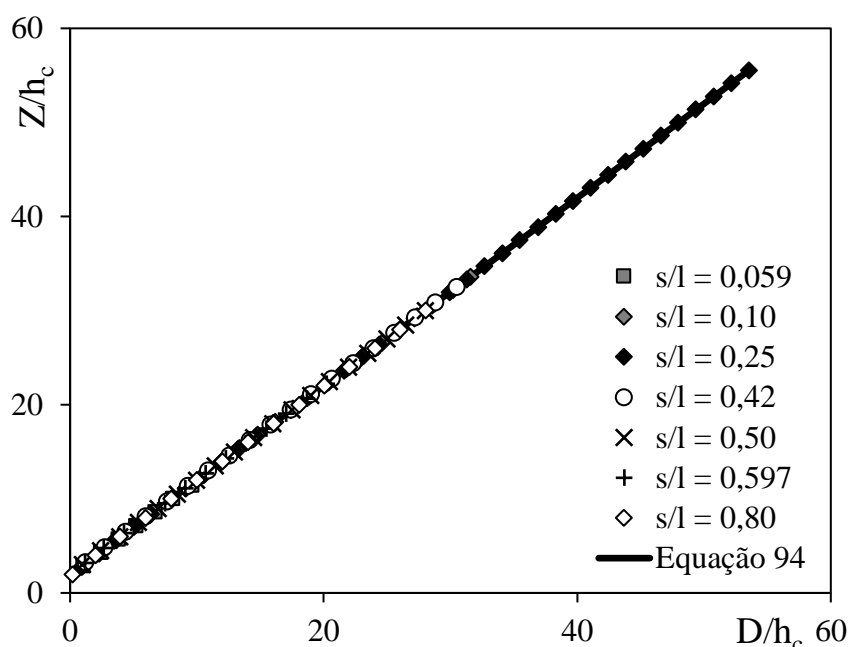


Figura 43 – Curva dos dados numéricos adimensionais  $Z/h_c$  em função de  $D/h_c$

A relação entre os adimensionais  $Z/h_c$  e  $D/h_c$  possibilitaram o estabelecimento de uma relação linear, descrita pela equação 95, válida para  $0,21 < D/h_c < 53,6$ . Os coeficientes de correlação apresentaram valores aproximadamente iguais a unidade.

$$\frac{Z}{h_c} = 1,001 \frac{D}{h_c} + 1,989 \quad (95)$$

A caráter de validação e verificação das tendências dos dados experimentais dos autores Horner (1969), Pinheiro e Fael (2000), Chanson (2002), Jahromi *et al.* (2008) e Felder *et al.* (2019), os resultados também foram utilizados em conjunto com a equação 46, ver Figura 44.

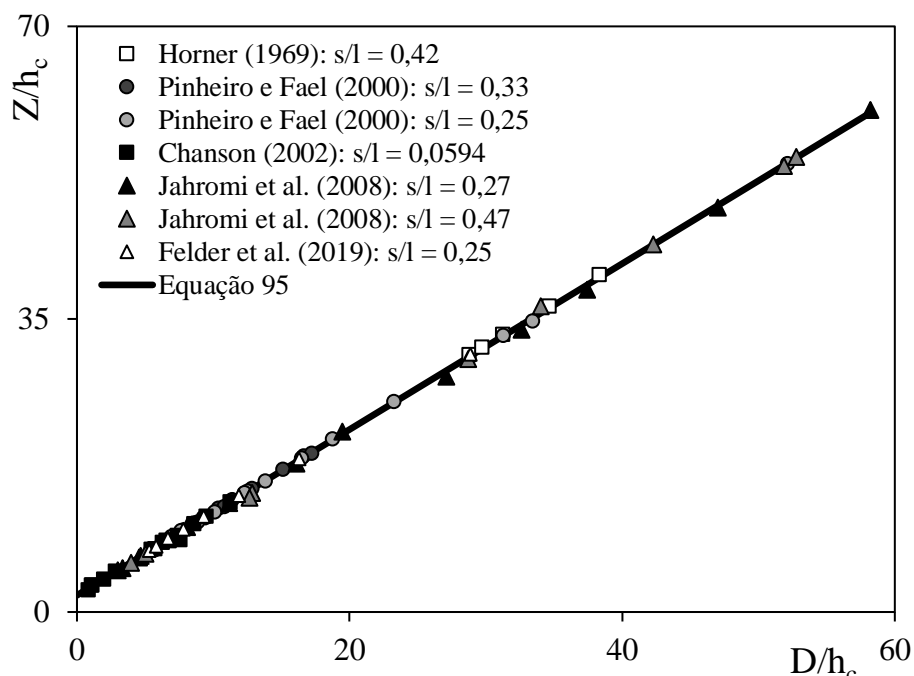


Figura 44 – Curva dos dados experimentais adimensionais  $Z/h_c$  em função de  $D/h_c$

Observa-se novamente um comportamento linear entre os adimensionais com  $R^2 \approx 0,99$ . O resultado do ajuste aos dados experimentais pode ser representado pela equação 96, sendo válida para  $1,07 < D/h_c < 58,2$ .

$$\frac{Z}{h_c} = 0,991 \frac{D}{h_c} + 1,996 \quad (96)$$

Comparando as tendências dos resultados encontrados, a equação 95 com a 96, é possível notar que os coeficientes apresentaram valores próximos. As diferenças relativas entre os coeficientes dos dados numéricos e experimentais mostraram boa concordância. Contendo diferença entre os primeiros coeficientes da ordem de 0,01 e entre os segundos de 0,007.

Neste caso, recomenda-se o uso da equação 96, que foi encontrada baseada em dados experimentais.

## 8 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Neste trabalho foi proposta uma metodologia para simulação do escoamento em quedas sucessivas sem ressalto hidráulico, com o uso do modelo multifásico não homogêneo e modelo de turbulência  $k-\varepsilon$ . A partir dos resultados obtidos nas sete simulações numéricas realizadas para canais em degraus com  $s/l$  entre 0,0594 e 0,80, foi possível analisar os perfis e as alturas de escoamento, e os campos de velocidade ao longo dos canais.

Numa primeira avaliação, destaca-se que os resultados das simulações apresentaram padrões de escoamentos em quedas sucessivas sem formação de ressalto hidráulico e demonstraram que os escoamentos modelados se comportaram de forma muito similar aos experimentos, quanto ao campo de velocidade e pressão.

Foram observados a presença de trechos de escoamento com superfície livre paralela ao piso do degrau e o aparecimento da influência da queda do jato sobre o piso do degrau, onde o campo de velocidade estava com valores aproximadamente nulos e pressões elevadas, características principais deste tipo de escoamento. Para este último caso, ficou evidenciado os pontos de estagnação localizados nos pisos dos degraus e a existência de bifurcações dos jatos deslizantes, que separam o escoamento vorticoso, situado na zona de recirculação, daquele que segue a jusante.

As alturas de escoamento calculadas nas extremidades dos degraus pelas soluções numéricas indicaram a ocorrência de profundidades decrescentes no sentido do escoamento com tendência ao regime quase-uniforme e, conseqüentemente, apresentaram menores taxas de dissipação de energia com o aumento do número de degraus, conforme preconiza a literatura e os dados empíricos.

As tendências de profundidades quase-uniformes foram identificadas a partir da relação  $Z/h_c$ , aproximadamente, igual a 11. No caso, para análise de estruturas de grande porte é possível delimitar as investigações até este local, sendo que as profundidades a jusante dele não irão apresentar diferenças significativas e nem impactar negativamente na estimativa da dissipação de energia.

Foi verificado também que a variação da energia a ser dissipada tem relação direta com altura da estrutura escalonada e é inversamente proporcional a vazão, onde a taxa de dissipação de energia é maior nos primeiros degraus, havendo uma tendência

na sua estabilização com o aumento do número de quedas sucessivas devido à tendência ao regime quase-uniforme.

Desta maneira, pode-se concluir que as resoluções das simulações mostraram que quanto maior o número de degraus maior será perda de carga, no entanto ocorrem menores taxas de dissipação de energia ao longo das quedas.

As comparações efetuadas entre as soluções numéricas e os dados experimentais dos autores Horner (1969), Pinheiro e Fael (2000), Chanson (2002), Jahromi *et al.* (2008) e Felder *et al.* (2019), indicaram excelentes aproximações com as metodologias propostas, especificamente para o cálculo da posição da superfície livre. Elevados coeficientes de correlação e a baixa dispersão dos resultados numéricos em relação aos experimentais confirmam a boa aproximação visual destacada nos gráficos.

A primeira metodologia proposta, o modelo da equação da tangente hiperbólica, o qual identificou o comportamento de  $h_b/h_c$  em função de  $Z/h_c$ , conseguiu representar adequadamente as tendências observadas com os dados experimentais das sete pesquisas realizadas pelos autores citados. A formulação proposta apresentou aderência aos dados experimentais, com desvios menores que 7%, sendo que apenas os resultados de Chanson (2002) e Jahromi *et al.* (2008) para  $s/l = 0,47$  tiveram uma maior dispersão de alguns pontos, embora tenham apresentado poucos pontos com desvios acima de 7%.

A energia dissipada ao longo do canal em degraus em quedas sucessivas sem ressalto hidráulico pode ser estimada por meio do modelo da equação da tangente hiperbólica para estruturas com adimensionais  $s/l$  entre 0,0594 e 0,80, a partir do uso dos coeficientes apresentados na Tabela 12.

De acordo com os valores de Froude calculados por meio dos resultados das simulações, assim como os valores encontrados pelos autores Horner (1969), Pinheiro e Fael (2000), Chanson (2002), Jahromi *et al.* (2008) e Felder *et al.* (2019), é indicado o uso de bacias do Tipo I ou IV a jusante das estruturas estudadas, descritas em Peterka (1984), que para efeito de apresentação dos resultados foram correlacionados os adimensionais  $L_j/Z$  com  $Z/h_c$ .

A formulação adimensional proposta para o pré-dimensionamento de bacias de dissipação adequadas a baixos números de Froude ( $3,0 < Fr_1 < 4,5$ ) a jusante de

canais em degraus submetidos ao regime de quedas sucessivas sem ressalto hidráulico apresentou coeficientes de correlação com excelente aproximação dos resultados numéricos e experimentais. Sendo apropriado fazer o uso desta equação para avaliação dos comprimentos das bacias de dissipação com números de Froude entre  $3,0 < Fr_1 < 4,5$ , utilizando os parâmetros  $c$  e  $d$  da Tabela 14.

Em estruturas com valores adimensionais  $s/l$  intermediários aos pontos estudados, recomenda-se que para utilização dos modelos propostos os coeficientes  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  sejam interpolados.

Na determinação da cota de fundo da bacia de dissipação, após relacionar os adimensionais  $Z/h_c$  e  $D/h_c$ , parâmetros adimensionais essenciais para a definição da cota de fundo de uma bacia de dissipação, observou-se um comportamento linear entre os adimensionais com coeficiente de correlação próximos da unidade. Quando comparado às tendências dos resultados encontrados dos resultados numéricos com os experimentais, foram observadas diferenças relativas pequenas, na ordem da segunda casa decimal, evidenciando boa concordância. Neste caso, é indicado o uso da equação encontrada através de dados experimentais.

Devido à complexidade das variáveis relacionadas a este tipo de escoamento, em conjunto com os contínuos avanços computacionais e numéricos, as simulações numéricas são capazes de avaliar e aperfeiçoar as condições operacionais de projetos de estruturas escalonadas seguidas de bacias de dissipação, tanto no aspecto hidráulico quanto no estrutural. Assim como, podem também ser usadas para orientar e antever possíveis problemas em sistemas existentes.

As equações propostas, tal como demonstrado nas comparações, possuem comportamentos semelhantes aos da literatura, exceto quando considerado o trabalho de Chanson (2002). Em todos os casos, recomenda-se que as equações propostas não devam substituir estudos experimentais em modelos físicos.

Como recomendações para estudos futuros, a partir dos resultados das simulações realizadas podem ser analisados os resultados de campo, a distribuição/gradientes de velocidades e pressões; as probabilidades e riscos de ocorrência de cavitação; as Tensões de Reynolds, observando os campos de  $k-\varepsilon$ ; e a variabilidade da dissipação de energia dentro do domínio, verificando as zonas de maior gasto energético.



## 9 REFERÊNCIAS

ANSYS. **ANSYS CFX**. Disponível em: <<https://www.ansys.com/products/fluids/ansys-cfx>>. Acessado em: 01 de maio de 2019.

ARANTES, E. J. (2007). **Caracterização do escoamento sobre vertedouros em degraus via CFD**. 178f. Dissertação de Mestrado em Hidráulica e Saneamento – Departamento de Hidráulica e Saneamento da Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.

ARANTES, E. J.; PORTO, R. M. (2005). **Simulação do escoamento sobre vertedores em degraus via CFD**. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS - ABRH, v16, 18p. João Pessoa - Porto Alegre, 2005.

BAGATUR, T.; CAN, O. F. (2018). **Numerical Investigation of Nappe Flow Regime in Stepped Spillway**. *EI-Cezerî Journal of Science and Engineering*, v.5, n.3, p.856-861. DOI: 10.31202/ecjse.432646. October, 2018.

BAI, Z. L.; PENG, Y.; ZHANG, J. M.; ASCE, A. M. (2017). **Three-Dimensional Turbulence Simulation of Flow in a V-Shaped Stepped Spillway**. *ASCE, Journal of Hydraulic Engineering*, v.143, n.9, DOI: 10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0001328.

BATCHELOR, G. K. (1953). **The theory of homogeneous turbulence**. **Cambridge University Press**, Cambridge.

BAYLAR, A.; BAGATUR, T.; EMIROGLU, M. E. (2007). **Prediction of oxygen content of nappe, transition and skimming flow regimes in stepped-channel chutes**. *J. Environ. Eng. Sci.* 6, 201–208.

BENMAMAR, S.; KETTAB, A.; THIRRIOT, C. (2003). **Numerical simulation of turbulent flow upstream of the inception point in a stepped channel**. *Proc. 30th IAHR Congress*. Auth, Thessaloniki, Greece, 2003, p.679-686.

BENTALHA C. (2018). **Numerical study of turbulent flow for moderate-slope stepped spillways**. *Malaysian Journal of Civil Engineering*, v.30, n.1, p.57-68. April, 2018.

BENTALHA C.; HABI M. (2017). **Numerical simulation of water flow along stepped spillways with non uniform step heights**. *Larhyss Journal*, n.31, p.115-129. ISSN 1112-3680. Sept, 2017.

BERNOULLI, J. (1743). **Hydraulics**. Dover Publications (2005), Obra publicada junto com o livro *Hydrodynamics* de Daniel Bernoulli.

BIRD, R. B.; STEWART, W. E.; LIGHTFOOT, E. N. (2004). **Fenômenos de transporte**. LTC, 2ª ed, 838p.

BOES, R.; HAGER, W. (2003). **Two-phase flow characteristics of stepped spillways**. *ASCE, Journal of Hydraulic Engineering*. v.129, p.661 – 670, Sep., 2003.

BOMBARDELLI, F. A.; MEIRELES, I.; MATOS, J. (2010). **Laboratory measurements**

**and multi-block numerical simulations of the mean flow and turbulence in the non-aerated skimming flow region of steep stepped spillways.** Environmental Fluid Mechanics, v.11, p.263-288. 10.1007/s10652-010-9188-6.

BRADLEY, J. N.; PETERKA, A. J. (1957). **The hydraulic desing of stilling basins.** ASCE, Journal of Hydraulic Engineering, v.83, n.HY5, p.1401-1406, Oct., 1957.

CARVALHO, R. F.; MARTINS, R. (2009). **Stepped spillway with hydraulic jumps: application of a numerical model to a scale model of a conceptual prototype.** ASCE, Journal of Hydraulic Engineering. v.135, n.7, p.615-619, Jul., 2009.

CFX. **ANSYS CFX-Solver Theory Guide.** Published in the USA. 2013.

CHAFI, C.; HAZZAB, A.; SEDDINI, A. (2010). **Study of Flow and Energy Dissipation in Stepped Spillways.** Jordan Journal of Civil Engineering, v.4, n.1, 2010.

CHAMANI, M. R.; RAJARATNAM, N. (1994). **Jet flow on stepped spillways.** Journal of Hydraulic Engineering. v.120, N.2.

CHAMANI, M. R.; RAJARATNAM, N. (1999). **Onset of skimming flow on stepped spillways.** ASCE, Journal of Hydraulic Engineering. v.125, n.9, p.969-971, Sept, 1999.

CHANSON, H. (1994a). **Hydraulics of nappe flow regime above stepped chutes and spillways.** Aust. Civil Eng. Trans. I.E. CE36(1), p.69–76, Aust.,1994.

CHANSON, H. (1994b). **Comparison of energy dissipation between nappe and skimming flow regimes on stepped chutes.** Journal of Hydraulic Research, 32:2, p.213-218. DOI:10.1080/00221686.

CHANSON, H. (1995). **History of stepped channels and spillways: a rediscovery of the “wheel”.** Canadian Journal of Civil Engineering, v.22, p.247-259, 1995.

CHANSON, H. (1998). **Review of studies on stepped channel flows.** Hydraulic Characteristics of Stepped Channel Flows, Workshop on Flow Characteristics around Hydraulic Structures and River Environment. Universidade de Nihon, Tóquio, Japão, 25p.,1998.

CHANSON, H. (2001). **Hydraulics design of stepped spillways and downstream energy dissipation.** Dam Engineering, v.11, n.4, p.205-242, 2001.

CHANSON, H. (2002). **The hydraulics of stepped chutes and spillways.** The Netherlands: A. A. Balkema Publishers, 384p.

CHANSON, H., BUNG, D., MATOS, J. (2015). **Stepped spillways and cascades. in: CHANSON, H. (Ed.), Energy dissipation in hydraulic structures.** IAHR Monograph, CRC Press, Taylor & Francis Group, Leiden, The Netherlands, p.45-64.

CHANSON, H.; TOOMBES, L., (2002). **Energy Dissipation and Air Entrainment in a Stepped Storm Waterway: an Experimental Study.** J. Irrig. Drain. Eng. 128(5), p.305-315.

CHANSON, H.; TOOMBES, L. (2004). **Hydraulics of stepped chutes: the transition**

**flow**. Journal of Hydraulic Research, IAHR v.42, n.1, p.43-54, jun., 2004.

CHEN, Q.; DAI, G.; LIU, H. (2002). **Volume of fluid model for turbulence numerical simulation of stepped spillway overflow**. Journal of Hydraulic Engineering, v.128, n.7, p.683-688, July, 2002.

CHENG, Xiang-ju; LUO, Lin; ZHAO, Wen-qian. (2004). **Numerical simulation of characteristics of free surface aeration on stepped spillway**. Journal of Hydrodynamics, Ser. A, 2004, 19(2), p.152-157.

CHINNARASRI, C.; WONGWISES, S. (2004). **Flow regime and energy loss on chutes with upward inclined steps**. Canadian Journal of Civil Engineering. v.31, p.870-879, Oct., 2004.

CHINNARASRI, C.; WONGWISES, S. (2006). **Flow Patterns and Energy Dissipation over Various Stepped Chutes**. Journal of Irrigation and Drainage Engineering. v.132, p.70-76, January/ February, 2006.

CHOW, V. T. (1959). **Open channel hydraulics**. New York: McGraw-Hill.

CONTERATO, E. (2014). **Determinação de critérios de dimensionamento de soleira terminal em bacia de dissipação a jusante de vertedouro em degraus**. 156f. Dissertação de Mestrado em Engenharia – Instituto de Pesquisas Hidráulicas, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Programa de Pós-Graduação em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental, Porto Alegre, 2014.

DAI PRÁ, M. (2004). **Características do escoamento Sobre Vertedouros em Degraus de Declividade 1V:1H**. 134 f. Dissertação de Mestrado em Engenharia – Instituto de Pesquisas Hidráulicas. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Programa de Pós Graduação em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental, Porto Alegre, 2004.

DAI PRÁ, M. (2011). **Uma abordagem para determinação das pressões junto ao fundo de dissipadores de energia por ressalto hidráulico**. 208 f. Tese Doutorado - Programa de Pós-Graduação em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2011.

DAI PRÁ, M.; PRIEBE, P. S.; SANAGIOTTO, D. G.; MARQUES, M. G. (2016) **Dissipação de energia do escoamento deslizante sobre turbilhões em vertedouros em degraus de declividade 1V:1H**. Revista Ingeniería del Agua, v.20, n.1, p.1-12, 2016.

DIEZ-CASCON, J. *et al.* (1991). **Studies on the hydraulic behavior of stepped spillways**. Water Power e Dam Constrution, v.43, n.9, p.22-26, sept., 1991.

DONG, Zhi-yong; LEE, Joseph Hun-wei. (2006). **Numerical simulation of skimming flow over mild stepped channel**. Journal of Hydrodynamics, v.18, n.3, p.367-371. ISSN 1001-6058.

ELEVATORSKI, E.A. (1959). **Hydraulic energy dissipators**. McGraw-Hill, 214 p.

ESSERY, I. T. S.; HORNER, M. W. (1978). **The hydraulic design of stepped**

**spillways**. CJRJA Report, n.33, 2ª edition, London, UK.

ESSERY, I.T.S., TEBBUTT, T.H.Y., RASARATNAM, S.K., (1978). **Design of spillways for reaeration of polluted waters**. CIRIA Rep. No. 72, London, UK.

FELDER, S., GEUZAIN, M., DEWALS, B. e ERPICUM, S. (2019). **Nappe flows on a stepped chute with prototype-scale steps height: Observations of flow patterns, air-water flow properties, energy dissipation and dissolved oxygen**. Journal of Hydro-environment Research. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.jher.2019.07.004>>. Acessado em: 03 de outubro de 2019.

FILHO, D. L. M. (2018). **Estudo Numérico do escoamento Sobre um Degrau com a Presença de um Obstáculo de Seção Retangular**. 90f. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 2018.

FORTUNA, A. O. (2000). **Técnicas computacionais para dinâmica dos fluidos: conceitos básicos e aplicações**. Editora da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2000.

FOX, R. W.; MCDONALD, A. T.; PRITCHARD, P. J. (2011). **Introdução à mecânica dos fluidos**. LTC. 7ª ed.710p.

FRIZELL, K. H. (1992). **Hydraulics of stepped spillways for RCC dams and darn rehabilitations**. Proc. of the 3rd Specially Conf on Roller Compacted Concrete, JASCE, San Diego CA, USA, p.423-439.

GABBI, R. (2013). **Modelagem matemática do escoamento turbulento em canal axissimétrico com “BLUFF-BODY”**. 92p. Dissertação de Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Matemática, Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul (UNIJUI), Ijuí, Rio Grande do Sul.

GONÇALVES, N. (2007). **“Método dos Volumes Finitos em Malhas Não-Estruturadas”**. Dissertação de Mestrado, FCUP, Porto, Portugal (em Português).

GONZALEZ, C. A.; CHANSON, H. (2007). **Hydraulic design of stepped spillways and downstream energy dissipators for embankment dams**. Dam Engineering, V. XXVII, Issue 4, p.223-244, 2007

GONZALEZ, C. A.; CHANSON, H. (2008). **Turbulence and cavity recirculation in air-water skimming flows on stepped spillway**. Journal of Hydraulic Research, v.46, n.1, p.65-72, 2008.

HAGER, W. H.; BREMEN, R.; KAWAGOSHI, N. (1990). **Classical hydraulic jump: length of roller**. Journal of Hydraulic Research. v.28, p.591-608, 1990.

HAMED, A.; GHOLIZADEH, M. H.; MANSOORI, A. (2016). **Flow Simulation and Energy Loss Estimation in the Nappe Flow Regime of Stepped Spillways with Inclined Steps and End Sill: A Numerical Approach**. Civil Engineering Journal, v.2, p.426-437. 10.28991/cej-2016-00000047.

HEISENBERG, W. (1948). **On the theory of statistical and isotropic turbulence**.

Proc. R. Soc. London, Ser. A 195, p.402-406.

HORNER, M. W. (1969). **An analysis of flow on cascades of steps. 1969.** Tese (Doutorado) – Universidade de Birmingham, UK.

INOUE, F. K. (2005). **Modelagem matemática em obras hidráulicas.** 114p. Dissertação de Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Recursos Hídricos e Ambiental, Setor de Ciências Tecnológicas da Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

IRZOOKI, R. H.; MOHAMMED, J. R.; AMEE, A. S. (2016). **Computational Fluid Dynamics Modeling of Flow over Stepped Spillway.** Tikrit Journal of Engineering Sciences, v.23, n.3, p.1-11.

JAHAD, U. A.; AL-AMERI, R.; DAS, S. (2016). **Energy dissipation and geometry effects over stepped spillways.** International journal of civil engineering and technology, v.7, n.4, p.188-198. 2016.

JAHROMI, S.H.M.; BINA, M.; SALMASI, F. (2008). **Physical and numerical modeling of the nappe flow in the stepped spillways.** Journal of Applied Sciences. v.8, p.1720-1725. DOI: 10.3923/jas.2008.1720.1725.

JIANG, L.; DIAO, M.; XUE, H.; SUN, H. (2018). **Energy Dissipation Prediction for Stepped Spillway Based on Genetic Algorithm–Support Vector Regression.** ASCE, Journal of Irrigation and Drainage Engineering, v.144, n.4, Doi: 10.1061/(ASCE)IR.1943-4774.0001293.

KELLS, J. A. (1995). **Comparison of energy dissipation between nappe and skimming flow regimes on stepped chutes.** Journal of Hydraulic Research, I.A.H.R., v.33, p.128-134, Jan., 1995.

KHALAF, R. M.; IRZOOKI, R.H.; SHAREEF, S.J.S. (2014). **Hydraulic characteristics of flow and energy dissipation over stepped spillway.** International Journal of Civil Engineering and Technology (IJCIET), V.5, Issue 8, p.68-88. ISSN 0976 – 6308. Aug., 2014.

KOLMOGOROV, A. N. (1941). **The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers.** Dokl. Akad. Nauk SSSR, v.30, p.301-305, Jan., 1941.

KUMAR, D. N.; NAYAK, P. C.; PILLAI, C. R. S. (1996). **Model investigations of stepped spillway.** Disponível em: <[https://www.researchgate.net/publication/244308598\\_MODEL\\_INVESTIGATIONS\\_OF\\_STEPPED\\_SPILLWAY](https://www.researchgate.net/publication/244308598_MODEL_INVESTIGATIONS_OF_STEPPED_SPILLWAY)>. Acessado em: 17 de agosto de 2019.

LANDAU, L. D.; LIFSHITZ, E. M. (1987). **Fluid mechanics.** Elsevier Ltd., 2th ed., 539p.

LENCASTRE, A. (1984). **Descarregadores de Cheia: Com particular incidência em sobre dissipação de energia em Jactos Cruzados.** 228 f. Tese (Doutorado) - Curso de Hidráulica Aplicada, Universidade do Porto, Lisboa, 1984.

LI, S.; ZHANG, J.; XU, W. (2018). **Numerical investigation of air–water flow properties over steep flat and pooled stepped spillways**. Journal of Hydraulic Research, v.56, n.1, p.1-14, DOI: 10.1080/00221686.2017.1286393.

LIN, C.; HWUNG, W. Y.; HSIEH, S. C.; CHANG, K. A. (2007). **Experimental study on mean velocity characteristics of flow over vertical drop**. Journal of Hydraulic Research, v.45, n.1, p.33–42. DOI: 10.1080/00221686.2007.9521741.

LOBOSCO, R.J.; SCHULZ H. E. (2010). **Análise computacional do escoamento em estruturas de vertedouros em degraus**. Mecânica Computacional, v.29, p.3593-3600, Buenos Aires, Argentina, 15-18 novembro 2010.

LOBOSCO, R. J.; SCHULZ, H. E.; BRITO, R. J. R.; SIMÕES, A. L. A. (2011). **Análise computacional da aeração em escoamentos bifásicos sobre vertedouros em degraus**. 6º Congresso Luso-Moçambicano de Engenharia/3º Congresso de Engenharia de Moçambique.

LOPARDO, R. A. (2003). **Cavitación em fluxos macroturbulentos**. Matematicae Notae, v.2, n.42, p.19-40, 2003.

MANGIERI, Lúcio Sérgio Garcia. (2012). **Avaliação dos Sistemas de Escadarias e Rampas Drenantes Implantadas em Assentamentos Espontâneos na Cidade Salvador – Bahia**. 131f. Dissertação (Mestrado em Meio Ambiente, Água e Saneamento) - Escola Politécnica da Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2012.

MANSOORI, A.; ERFANIAN, S. I.; MOGHADAM, F. K. (2017). **A Study of the Conditions of Energy Dissipation in Stepped Spillways with  $\Lambda$ -shaped step Using FLOW-3D**. Civil Engineering Journal, v.3, n.10, October, 2017.

MARQUES, M. G.; DRAPEAU, J.; VERRETTE, J. L. (1997). **Flutuação de Pressão em um Ressalto Hidráulico**. RBRH - Revista Brasileira de Recursos Hídricos, v.2, n.2, p.45-5, 1997.

MARQUES, M. G.; MEES, A. A.; SILVEIRA, J.B.P. (2007). **Análise das características macroturbulentas ao longo de um vertedouro em degraus e no ressalto hidráulico formado a jusante**. Revista pesquisa e desenvolvimento da ANEEL, CICLO 2007, CÓDIGO Aneel 0667-001/2007, p.36-39, 2007.

MATOS, A. T.; EUSTAQUIO JUNIOR, V.; MATOS, M. P. (2015). **Eficiência de aeração e consumo de oxigênio no tratamento de água residuária do processamento dos frutos do cafeeiro em sistema de aeração em cascata**. Engenharia Agrícola, v. 35, n. 5, p. 941-950, out. 2015.

MATOS, J. S. G. (1999). **Emulsão de ar e dissipação de energia do escoamento em descarregadores em degraus**. Tese de doutorado em Engenharia – Instituto Superior Técnico, Lisboa, 1999.

MATOS, J.; QUINTELA, A. (1995). **Flow resistance and energy dissipation in skimming flow over stepped spillways**. Proceedings of the 1st Intl. Conference on Water Resources Engineering, ASCE, San. Antonio, Texas, USA, William H. Espey, J.R. and Phil G. Combs eds., V.2, p.1121-1126.

METCALF, L.; EDDY, H. P. (2016). **Tratamento de efluentes e recuperação de recursos**. AMGH Editora Ltda, 5<sup>o</sup> ed, p.1927.

MILLIONSCHIKOV, M. (1939). **Decay of homogeneous isotropic turbulence in a viscous incompressible fluid**. Dokl. Akad. Nauk. SSSR 22, p.236-240.

MILLIONSCHIKOV, M. (1941). **On the theory of homogeneous isotropic turbulence**. Dokl. Akad. Nauk. SSSR 32, p.611-614.

MÖLLER, S. V.; SILVESTRINI, J. H. (2014). **Turbulência: Fundamentos**. IV Escola de Transição e Turbulência. Porto Alegre, RS, Brasil, 2004.

MOORE, W.L. (1943). **Energy loss at the base of a free overfall**. Transactions, ASCE, V.108, p.1343-1360.

MOROVATI, K.; EGHBALZADEH, A.; SOORI, S. (2016). **Numerical Study of Energy Dissipation of Pooled Stepped Spillways**. Civil Engineering Journal, v.2, n.5, May, 2016.

MUNSON, B. R; YOUNG, D. F.; OKIISHI, T. H.; HUEBSCH, W. W. (2010). **Fundamental of Fluid Mechanics**. John Wiley & Sons.

NADERI RAD, A. *et al.* (2009). **Energy dissipation in various types of stepped spillways including simple, sills, and sloped ones using FLUENT numerical model**. Journal of civil and environmental engineering, v.39, n.1 (In Persian).

NIKSERESHT, A. H.; TALEBBEYDOKHTI, N.; REZAEI, M. j. (2013). **Numerical simulation of two-phase flow on step-pool spillways**. Scientia Iranica. v.2, p. 222–230. 10.1016/j.scient.2012.11.013.

NÓBREGA, J. D.; MATOS, J.; SCHULZ, H. E.; CANELAS, R. B. (2020). **Smooth and Stepped Spillway Modeling Using the SPH Method**. Journal of Hydraulic Engineering, v.146, n.8, ASCE, ISSN 0733-9429.

NOVAKOSKI, C. K. (2016). **Análise da distribuição longitudinal das pressões em um ressalto hidráulico formado a jusante de vertedouro em degrau**. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Instituto de Pesquisas Hidráulicas. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Programa de Pós-Graduação em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental, Porto Alegre, 2016.

NOVAKOSKI, C. K.; HAMPE, R. F.; CONTERATO, E.; MARQUES, M. G.; TEIXEIRA, E. D. (2017). **Longitudinal distribution of extreme pressures in a hydraulic jump downstream of a stepped spillway**. Brazilian Journal of Water Resources, RBRH - Revista Brasileira de Recursos Hídricos, v.22, Porto Alegre, 2017.

OBUKOV, A. M. (1941). **Energy distribution in the spectrum of a turbulent flow**. Izvestya AN SSR, Ser. geogr. geofiz., n.4-5, p.453-466.

OHTSU I.; YASUDA Y.; TAKAHASHI, M. (2004). **Flows characteristics of skimming flows in stepped channels**. ASCE, Journal of Hydraulic Engineering. v.130, n.9, p.860-869, Sept, 2004.

OHTSU, I.; YASUDA, Y. (1997). **Characteristics of flow conditions on stepped channels**. Proc. 27th IAHR Biennial Congress, San Francisco, USA, Theme D, p.583-588.

OHTSU, I.; YASUDA, Y.; TAKAHASHI, M. (2001). **Onset of skimming flow on stepped spillways – Discussion**. Journal of Hydraulic Engineering. v. 127, p. 522-524, 2001. Discussão de: CHAMANI, M. R.; RAJARATNAM, N. Onset of skimming flow on tepped spillways. ASCE, Journal of Hydraulic Engineering. v.125, n.9, p.969-971, Sept, 1999.

ORLINS, J. J.; GULLIVER J. S. (2000). **Dissolved gas supersaturation downstream of a spillway II: Computational model**. Journal of Hydraulic Research, Vol 38, P. 151-159, 2000.

PATIL, L.G.; JADHAV, S.S. (2017). **Performance evaluation of stepped spillway under nappe flow condition**. IARJSET - International Advanced Research Journal in Science, Engineering and Technology, v.4, Issue 1, Jan, 2017. DOI 10.17148. ISSN (Print) 2394-1588.

PERUGINELLI, A.; PAGLIARA, S. (2000). **Energy dissipation comparison among stepped channel, drop and ramp structures**. Proc. Int. Workshop on Hydraulics of Stepped Spillways, VAW, ETH Zurich, Minor, H.E., and Hager, W.H., (eds.). Balkema, Rotterdam, p.111-118.

PETERKA, A. J. (1984). **Hydraulic design of spillways and energy dissipators. A Water Resources Technical Publication**, Engineering Monograph N° 25, United States Department of the Interior, Bureau of Reclamation. Denver, Colorado: eight printing, May,1984.

PEYRAS, L.; ROYET, P.; DEGOUTI'E, G. (1991). **Ecoulement et dissipation sur les deversoirs en gradins de gabions**. ('Flows and Dissipation of Energy on Gabion Weirs.') 11 La Houi/le Blanche, n. I, p.37-47 (in French).

PEYRAS, L.; ROYET, P.; DEGOUTTE, G. (1992). **Flow and energy dissipation over stepped gabion weirs**. Journal of Hydraulic Engineering, v.118, n.5, p.707-717, May 1992.

PINHEIRO, A.N.; FAEL, C.S. (2000). **Nappe flow in stepped channels – Occurrence and energy dissipation**. In. H. E. Minor e W. H. Hager (ed.) International Workshop on Hydraulics of Stepped Spillways, ETH Zurich, Balkema, Rotterdam, p.119-126.

PINTO, L. C. S. (1994). **Estudo teórico-experimental das pressões dinâmicas desenvolvidas no fundo de pré-escavações a jusante de estrutura tipo Salto Esqui**. 376f. Tese de Doutorado Politécnica da Universidade de São Paulo, EPUSP, Brasil.

POPE, S.B. (2009). **Turbulent flows**. Cambridge University Press, 771p.

PORTO, R.M. (2006). **Hidráulica básica**. 4ªed. São Carlos: EESC-USP, 540p.



QU, L.; LI, R.; LI, J.; LI, K.; WANG, L. (2011). **Experimental study on total dissolved gas supersaturation in water**. Water Science and Engineering. V.4, Issue 4, P. 396-404, ISSN 1674-2370.

RAJAEI, S. H.; KHODASHENAS, S. R.; ESMAILI, K. (2020). **Comparative evaluation of energy dissipation over short stepped gabion and rigid spillways**. Journal of Hydraulic Research, 58:2, 262-273, DOI: 10.1080/00221686.2019.157266.

RAJARATNAM, N. (1990). **Skimming flow in stepped spillways**. Journal of Hydraulic Engineering, v.116, n.4, p.587-591, Apr., 1990.

RAJARATNAM, N.; CHAMANI, M.R. (1995). **Energy loss at drops**. Journal of Hydraulic Research, IAHR, v.33, n.3, p.373-384, 1995.

RAND, W. (1955). **Flow geometry at straight drop spillways**. Journal of the Hydraulics Division, Proceedings, ASCE, v.81, n.791, p.1-13, Sept., 1955.

RENNA, F.M.; FRATINO, U. (2010). **Nappe flow over horizontal stepped chutes**. J. Hydraul. Res. 48(5), p.583- 590.

RIBEIRO, H. B. ; SIMÕES, A.L.A. ; LUZ, L. D. ; MANGIERI, L. S. G. ; SCHULZ, H. E. (2021). **Stability of Solids in Stepped Flume Nappe Flows: Subsides for Human Stability in Flows**. Journal of Applied Fluid Mechanics, v. 14, p. 681-690, 2021.

RICE, C.E., KADAVY, K.C. (1996). **Model Study of a Roller Compacted Concrete Stepped Spillway**. Journal of Hydraulic Engineering, v.122, p.292-297. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(1996\)122:6\(292\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(1996)122:6(292))>. Acessado em: 12 de junho de 2020.

RICHTER, J. P. (1883). **Scritti letterari di Leonardo da Vinci. Sampson Low, Marston, Searle & Rivington, Londra**. In due parti, p.1198 (volume 2, p.236). Disponível em: <<https://archive.org/details/literaryworksof102leonuoft/page/n351/mod/e/2up>>. Acesso em: 17 de fevereiro de 2021.

RINDELS, A. J.; GULLIVER, J. S. (1989). **Measurements of Oxygen Transfer at Spillways and Overfalls**. St. Anthony Falls Hydraulic Laboratory -Department of Civil and Mineral Engineering. University of Minnesota. Minneapolis, Minnesota.

RODRIGUES, I. M.; SIMÕES, A.L.A.; LUZ, L. D.; QUEIROZ, L. M.; MANGIERI, L. S. G. (2020). **Estudo numérico do desempenho de uma escadaria com drenagem subsuperficial empregando tubulação**. In: XIII Encontro Nacional de Águas Urbanas, v. 1, p. 1-10. Porto Alegre, 2020.

ROMA, W. N. L. (2006). **Fenômenos de transporte para Engenharia**. 1ª Edição. Editora Rima. 290p.

ROUSE, H. (1936). **Discharge characteristics of the free overfall**. Civil Engineering, v.6, p.257. Apr., 1936.

ROUSHANGAR, K.; AKHGAR, S.; SALMASI, F.; SHIRI, J. (2017). **Neural networks- and neuro-fuzzy-based determination of influential parameters on energy dissipation over stepped spillways under nappe flow regime**. ISH Journal of

Hydraulic Engineering, v.23, n.1, p.57-62, DOI: 10.1080/09715010.2016.1235472.

SALMASI, F.; SAMADI, A. (2018). **Experimental and numerical simulation of flow over stepped spillways**. Applied Water Science, v.8, p.1-11. DOI:10.1007/s13201-018-0877-5. November, 2018.

SANAGIOTTO, D.G. (2003). **Características do escoamento sobre vertedouros em degraus de declividade 1V:0,75H**. 118 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Instituto de Pesquisas Hidráulicas. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Programa de Pós-Graduação em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental, Porto Alegre, 2003.

SANAGIOTTO, D.G.; MARQUES, M.G. (2008). **Características do Escoamento em Vertedouros em Degraus de Declividade 1V:0,75H**. RBRH — Revista Brasileira de Recursos Hídricos. V.13, n.4, p.17-31. Out/Dez 2008.

SCHULZ, H.E. (2003). O essencial em fenômenos de transporte. São Carlos: EESC/USP, 398p., 2003.

SHAHHEYDARI, H., NODOSHAN, E.J.; BARATI, R.; MOGHADAM, M.A. (2014). **Discharge coefficient and energy dissipation over stepped spillway under skimming flow regime**. KSCE Journal of Civil Engineering, p.1-9. DOI 10.1007/s12205-013-0749-3. Nov., 2014.

SILVA, C.V. (2019). **Introdução ao ANSYS CFX**. Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões, GEAPI - Grupo de Engenharia Aplicada a Processos Industriais, LABSIM - Laboratório de Simulação Numérica. Disponível em: <[http://www.uricer.edu.br/cursos/arq\\_trabalhos\\_usuario/3782.pdf](http://www.uricer.edu.br/cursos/arq_trabalhos_usuario/3782.pdf)>. Acessado em: 16 de junho de 2019.

SIMÕES, A.L.A. (2008). **Considerações sobre a hidráulica de vertedores em degraus - Metodologias adimensionais para pré-dimensionamento**. 286f. Dissertação (Mestrado em Hidráulica e Saneamento) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2008.

SIMÕES, A.L.A. (2012). **Escoamentos turbulentos em canais com o fundo em degraus: resultados experimentais, soluções numéricas e proposições teóricas**. 559f. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2012.

SIMÕES, A.L.A. *et al.* (2015). **Contribuição numérica para estudo de escoamentos em quedas sucessivas e aplicações à drenagem**. XXI Simpósio brasileiro de recursos hídricos, Brasília, 9p.

SIMÕES, A.L.A. PORTO, R.M. (2008). **Pré-Dimensionamento de bacias de dissipação a jusante de vertedouros em degraus com forte declividade**. Revista Minerva, V.5, p.17-24, 2008.

SIMÕES, A.L.A.; SCHULZ, H.E.; LOBOSCO, R.J.; PORTO, R.M. (2011). **Stepped spillways: theoretical, experimental and numerical studies**. Hydrodynamics – Natural Water Bodies, ISBN 978-953-307-893-9, In Tech Open Access Publisher, 2011.

SIMÕES, A.L.A.; SCHULZ, H.E; PORTO, R.M. (2010). **Solução analítica para o perfil da superfície livre em canais retangulares de forte declividade**. XXIV Congresso Latinoamericano de Hidráulica – IAHR, Punta Del Este, Uruguay, 2010.

SOHN, J. **Evaluation of fidap on some classical laminar and turbulent benchmarks**. International Journal of Numerical Methods in Fluids, n. 8, 1469–1490, 1988.

SOLDON, R. (2019). **Canal da Piracema**. Disponível em: <<https://www.flickr.com/photos/soldon/5659441456/in/photostream/>>. Acessado em: 11 de novembro de 2019.

SORENSEN, R.M. (1985). **Stepped spillway hydraulic model investigation**. ASCE, Journal of Hydraulic Engineering, V.113, p.1461-1472.

SOUTO, H. P. A.; GOES, J. F.; GOES, M. L. (2017). **Simulação numérica de escoamentos com superfícies livres empregando o método Weakly Compressible Smoothed Particle Hydrodynamics (WCSPH) e o processamento em paralelo com Unidades de Processamento Gráfico e a API CUDA**. Revista do Centro de Ciências Naturais e Exatas – UFSM. Ciência e Natura, Santa Maria v.39, n.3, p. 569 – 594, Set - Dez, 2017.

SOUZA, P. E. A. *et al.* (2015). **Flutuação de pressão em um ressalto hidráulico de baixa queda e baixo número de froude a jusante de um vertedouro**. XXX - Seminário Nacional de Grandes Barragens Foz do Iguaçu – PR, 11 a 13 de maio de 2015.

SPODE, C. (2006). **Simulação de grandes escalas e simulação híbrida rans/les do escoamento sobre o degrau com condições de contorno turbulentas**. 134f. Dissertação de mestrado. Programa de Pós- Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia.

STEPHENSON, D. (1979). **Gabion energy dissipators**. in Proc. 13th ICOLD Congress, New Delhi, India, 857 50(3), p.33-43.

STEPHENSON, D. (1988). **Stepped energy dissipation**. Proc. Intl. Symp. On Hydraulics for High Dams. IAHR, Beijing, China, 1228-1235.

STEPHENSON, D. (1991). **Energy dissipation down stepped spillways**. International Water Power and Dam Construction, v.43, Sep., 1991.

TABARI, M.; TAVAKOLI, S. (2016). **Effects of Stepped Spillway Geometry on Flow Pattern and Energy Dissipation**. Arabian Journal for Science and Engineering, v.41, n.4, pp. 1215-1224.

TABBARA, M.; CHATILA, J.; AWWAD, R. (2005). **Computational simulation of flow over stepped spillways**. Computers & structures, v.83, n.27, p.2215-2224. October, 2005.

TAKAHASHI, M.; YASUDA, Y.; OHTSU, I. (2007). **Characteristics of aerated flows in skimming, transition and nappe flows**. in Proc. 32nd IAHR Congress Venice, C2-B (CD-Rom).

TOOMBES, L. (2002). **Experimental study of air-water flow properties on low-gradient stepped cascades**. 262p. Tese Doutorado – Universidade de Queensland, Brisbane, Austrália, 2002.

TOOMBES, L.; CHANSON, H. (2005). **Air-Water Mass Transfer on a Stepped Waterway**. J. Environ. Eng. 131(10), p.1377-1386.

TOOMBES, L.; CHANSON, H. (2008a). **Flow Patterns in Nappe Flow Regime down Low Gradient Stepped Chutes**. J. Hydraul. Res. 46(1), p.4-14.

TOOMBES, L.; CHANSON, H., (2008b). **Interfacial Aeration and Bubble Count Rate Distributions in a Supercritical Flow Past a Backward-Facing Step**. Int. J. Multiphase Flow. 34(5), p.427-436.

TOZZI, M.J. (1992). **Caracterização/ comportamento de escoamentos em vertedouros com parâmetro em degraus**. 302f. Tese de doutorado – Universidade de São Paulo, São Paulo, 1992.

VERSTEEG, H.K.; MALALASEKERA, W. (2007). **An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method**. Second Edition, Pearson Education Limited, England, 2007.

VISCHER, D.L.; HAGER, W.H. **Energy Dissipators**. IAHR, Hydraulic Structures Desing Manual.1995.

VISCHER, D.L.; HAGER, W.H. (1998). **Dam hydraulics**. Wiley.

WHITE, M.P., **Discussion of Moore** (1943), Transactions, ASCE, v.108, p.1361-1364.

WITT, A.; GULLIVER, J. S.; SHEN, L. (2018). **Numerical investigation of vorticity and bubble 1 clustering in an air entraining hydraulic jump**. Computers & Fluids. Doi:10.1016/j.compfluid.2018.06.019. United States, 2018.

WÜTHRICH, D.; CHANSON, H. (2014). **Hydraulics, air entrainment, and energy dissipation on a gabion stepped weir**. American Society of Civil Engineers - ASCE, Journal Hydraulic Engineering. DOI: 10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0000919.

ZANONI, E. C.; SOUZA, P. E. A.; TRIERWEILER, E. F; WIEST, R. A.; DAI PRÁ, M.; ENDRES, L. A. M.; MARQUES, M. G.; TEIXEIRA, E. D. (2015). **Análise das pressões extremas atuantes nas bacias de dissipação por ressalto hidráulico com baixo número de Froude**. In: XXI SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS, ABRH, Brasília, Brasil. 2015. p. 1-8.